Universidad Carlos III de Madrid

Departamento de Economía

Examen final de Matemáticas II. Junio de 2012.

Apellidos:		**Nombre:**
DNI:	**Titulación:**	**Grupo:**

IMPORTANTE

- **DURACIÓN DEL EXAMEN: 2h**
- **NO** se permite el uso de calculadoras.
- **Sólo se entregará este cuadernillo.** Las respuestas deben escribirse en este cuadernillo ya que sólo se puntuará lo que haya en él. Por favor, compruebe que hay 10 páginas en el cuadernillo.
- **NO DESGRAPE LAS HOJAS DEL EXAMEN.**
- Es imprescindible identificarse ante el profesor.
- Lea las preguntas con cuidado. Cada apartado del examen vale 1 punto.
- Hay espacio adicional para operaciones al final del examen y detrás de esta página.

Problema	Puntuación
1	
2	
3	
4	
5	
Total	

(1) Considere el siguiente sistema de ecuaciones lineales

$$\begin{cases} x - by - 2z & = & 1 \\ x - az & = & b \\ x + (2-b)y & = & 1 \end{cases}$$

donde $a, b \in \mathbb{R}$.

(a) Clasifique el sistema según los valores de a y b.

(b) Resuelva el sistema anterior para los valores de a y b para los cuales el sistema tenga infinitas soluciones.

---

(2) Considere la función

$$f(x,y) = \begin{cases} \frac{x^2\sqrt{|y|}}{x^2+y^2} & \text{si } (x,y) \neq (0,0), \\ 0 & \text{si } (x,y) = (0,0). \end{cases}$$

(a) Determine si la función f es continua en el punto $(0,0)$.

(b) Calcule (si existen) las derivadas parciales de f en el punto $(0,0)$. Calcule (si existe) la derivada de f en el punto $(0,0)$ según el vector $v = (1,4)$. ¿Es diferenciable la función f en el punto $(0,0)$?

---

(3) Considere la función $f(x,y) = ax^2 + (a+b)y^2 + 2axy + 2$, con $a, b \in \mathbb{R}$

(a) Estudie la concavidad y convexidad según los valores de a y b.

(b) Para los valores $a = 1$, $b = 0$, ¿alcanza f un valor máximo y/o mínimo global en $\mathbb{R}^2$? ¿En qué puntos? Justifique la respuesta.

---

(4) Considere la función

$$f(x,y) = xy^2$$

y el conjunto $A = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x + y \leq 100, 2x + y \leq 120\}$.

(a) Halle las ecuaciones de Kuhn-Tucker que determinan los extremos de f en A .

(b) Obtenga las soluciones de las ecuaciones encontradas en el apartado anterior.

---

(5) Considere la función

$$f(x,y) = x^2 + y^2$$

y el conjunto $A = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x - 2y + 6 = 0\}$.

(a) Halle las ecuaciones de Lagrange que determinan los extremos de f en A y obtenga los puntos que satisfacen las citadas ecuaciones.

(b) Caracterice las soluciones del apartado anterior en máximos y mínimos locales, utilizando las condiciones de segundo orden. ¿Se puede afirmar que alguno de los máximos o mínimos es global? (Justifique la respuesta))
