

# Universidad Carlos III de Madrid

---

Departamento de Economía Exámen final de Matemáticas I. Septiembre de 2001 Modelo 1

---

Apellidos:

Nombre:

DNI:

Titulación:

Grupo:

---

1. Dadas las funciones  $f(x) = \frac{k}{x}$ ,  $g(x) = \frac{-x+1}{2x+1}$  y la función  $h$  de la que conocemos  $h(1) = 3$  y  $h'(1) = 2$
- a) Obtén el valor de  $(h \circ g)'(0)$ , indicando todos los pasos que realices.
  - b) Calcular  $(f \circ h)'(1)$ , indicando todos los pasos que realices.
  - c) Determina el valor de  $k$  para que se satisfaga que  $(f \circ h \circ g)'(0) = 2$ .

**1,5 puntos**

---

---

2. a) Halla la primitiva  $\int \frac{x}{e^x} dx$

b) Calcula  $\int_0^{\infty} \frac{x}{e^x} dx$

**1 punto**

---

---

3. Sea la función  $f(x) = \sqrt[3]{x}$ ,

a) Enuncia el Teorema del Valor Medio.

b) Justifica, utilizando el teorema anterior, si existe un valor  $x^*$ , en el intervalo  $(-1,1)$  tal que su derivada,  $f'(x^*)$ , sea igual a 1.

c) Lo mismo si el valor  $x^*$  está en el intervalo  $(0,1)$ .

**1,5 puntos**

---

---

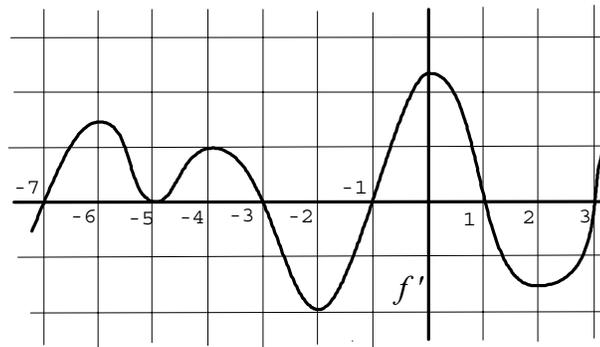
4. Estudia la continuidad y la derivabilidad de la siguiente función  $f(x)$  en todo su dominio.

$$f(x) = \begin{cases} (x+1)^{-1} + \operatorname{sen} x & \text{si } x \leq 0 \\ e^{2x} - 2x & \text{si } x > 0 \end{cases}$$

**1 punto**

---

- 
5. La siguiente figura muestra la gráfica de la derivada de  $f$ .
- a) Determinar los intervalos de concavidad, convexidad y puntos de inflexión de  $f$ .
  - b) Determinar los intervalos de crecimiento, decrecimiento y extremos de  $f$ .
  - c) Considera  $f$  definida en  $[-7, -4]$ . Hallar los extremos globales en dicho intervalo.
- 1,5 puntos**



---

6. Estudiar las asíntotas de la función  $f(x) = \frac{x^2 + kx + 1}{kx - 1}$  en función del parámetro  $k$ .

**1 punto**

---

---

7. Dadas las funciones  $f(x) = e^{\frac{x}{2}}$ ,  $g(x) = e^{-\frac{x}{2}}$ .

a) Dibuja las gráficas de ambas funciones.

b) Calcula el area comprendida entre dichas gráficas y las rectas  $x = -2$ ,  $x = 2$

**1 punto**

---

---

8. Dada la relación de orden en el plano  $\mathbb{R}^2$ , definida por  $(a,b) \leq (c,d) \Leftrightarrow a \leq c$  y  $b \leq d$ , y el conjunto  $A = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq x \leq e, 0 \leq y \leq \ln x\}$ , se pide:

a) Dibuja el conjunto  $A$ .

b) Determina, en su caso, cotas inferiores y superiores, máximo y mínimo, ínfimo y supremo, minimales y maximales.

c) ¿La relación de orden es total en  $\mathbb{R}^2$ ? ¿Está el conjunto  $A$  totalmente ordenado?

**1,5 puntos**

---

