Universidad Carlos III de Madrid

Departamento de Economía   Examen final de Matemáticas I   25 de enero de 2002

APELLIDOS:		**NOMBRE:**
DNI:	**Titulación:**	**Grupo:**

MODELO 1:

1. **Sea** $y = f(x)$ **la función implícita definida mediante la ecuación** $3y + 5(x+1)y^3 = x + 3$**, en un entorno del punto** $(-3, 0)$**.**

a) Calcular $f'(-3)$.

b) Hallar la ecuación de la recta tangente a la gráfica de f en el punto $(-3, 0)$.

c) Hallar el punto donde la recta anterior corta el eje de las y.

2. **Sea** $A = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 - 10 \leq y \leq 8 - x^2\}$. **Se pide:**

a) Representa el conjunto A.

b) Si consideramos en $\mathbb{R}^2$ el orden de Pareto definido por $(x,y) \leq_P (x',y') \Leftrightarrow x \leq x',\ y \leq y'$.
Halla el conjunto de puntos maximales y minimales de A.

1 punto

3. **Considera la función** $f(x) = 3xe^{\frac{1}{x}}$ **definida en** $(0, \infty)$.

a) Encontrar todos los extremos locales.

b) Determina los intervalos de concavidad y convexidad de f.

c) Calcula las asíntotas y representa la gráfica de f.

1,5 puntos

4. **Dadas las funciones** $f(x) = x^3 - x + 3$ **y** $g(x) = -x^3 + x + 3$.

a) Dibuja la región limitada por ambas funciones.

b) Calcula el área de dicha región.

1 punto

5. a) **Hallar** $\int \cos^8 x \operatorname{sen}^3 x \, dx$**.**

b) **Calcular** $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^8 x \operatorname{sen}^3 x \, dx$

1 punto

6. **Dada la función definida por** $f(x) = \begin{cases} x+\pi & si\ x \leq -\pi \\ \operatorname{sen} x & si - \pi < x < \dfrac{\pi}{2} \\ x & x \geq \dfrac{\pi}{2} \end{cases}$

a) Determina el conjunto de números reales donde f es continua.

b) Estudia la derivabilidad de f.

1 punto

7\. a) **Enuncia el teorema de Bolzano**

b) Determina cuáles de las siguientes funciones satisfacen las hipótesis del Teorema de Bolzano y cuáles no en el intervalo $[0,3]$

$$f(x) = \frac{x+1}{x-2} \qquad g(x) = x^2 - 4x + 4 \qquad h(x) = \frac{e^{2x} - 2e^x}{x+2}$$

c) ¿Alguna de las funciones anteriores no satisface las hipótesis del teorema de Bolzano y sí su conclusión en el intervalo $[0,3]$?

1,5 puntos

8. **La siguiente figura muestra la gráfica de la derivada de** f.

a) Determinar los intervalos de crecimiento, decrecimiento y extremos locales de f.

b) Determinar los intervalos de concavidad, convexidad y puntos de inflexión de f .

c) Considera f definida en $[0,4]$ Hallar los extremos globales en dicho intervalo.

1,5 puntos