

Universidad Carlos III de Madrid

Departamento de Economía Examen final de Matemáticas I 24 de enero de 2000

Apellidos:

Nombre:

DNI:

Titulación:

Grupo:

Modelo 1:

1. Consideramos el conjunto $A = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : 5x + 3|y| \leq 15, x \geq 0\}$.

a) Representar el conjunto A .

b) Sea la relación de orden $(x_1, y_1) \leq_L (x_2, y_2) \Leftrightarrow \{x_1 < x_2 \text{ ó } [x_1 = x_2, y_1 \leq y_2]\}$, hallar el máximo y/o los maximales de A , si existen.

c) Sea la relación de orden $(x_1, y_1) \leq_P (x_2, y_2) \Leftrightarrow \{x_1 \leq x_2, y_1 \leq y_2\}$, hallar el máximo y/o los maximales de A , si existen.

1,5 puntos

2. **Dada la función $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por** $f(x) = \begin{cases} \frac{2e^x - 2}{x} & , \text{ si } x \neq 0 \\ 0 & , \text{ si } x = 0 \end{cases} .$

- a) Hallar los puntos donde f es continua y, donde no lo sea, determinar si la discontinuidad es evitable o no.
- b) Calcular las asíntotas horizontales, verticales y oblicuas.

1 punto

3. Sea $y = f(x)$ la función definida de forma implícita mediante la ecuación $2y = 1 + xy^3$, en el punto $(1, 1)$.

a) Calcular $f'(1)$.

b) Hallar la ecuación de la recta tangente a la gráfica de f en el punto $(1, 1)$.

c) Hallar el punto donde la recta anterior corta el eje de las x .

1,5 puntos

4. Sea $f(x) = (x^2 - 6x + 8)^{\frac{2}{3}}$.

- a) Hallar los intervalos de crecimiento y decrecimiento de $f(x)$.
- b) Calcular los extremos locales de $f(x)$.
- c) Dibujar la gráfica.

1,5 puntos

5. a) **Hallar** $\int \cos x \ln(\operatorname{sen} x) dx$.

b) **Calcular** $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x \ln(\operatorname{sen} x) dx$

1,5 puntos

6. **Dadas las curvas** $y = x^2 - 4$ **e** $y = -(x - 2)^2$.

a) Representar el recinto comprendido entre ambas curvas.

b) Calcular el área de dicho recinto.

1 punto

7. Sea $f : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$, continua en $[0, 1]$ y dos veces derivable en $(0, 1)$.

a) Si f tiene dos ceros distintos en $[0, 1]$, ¿tendrá f' un cero?

b) Si f tiene tres ceros distintos en $[0, 1]$, ¿tendrá f'' un cero? [Sugerencia: ¿Cuántos ceros tendrá f' ?]

1 punto

8. La siguiente figura muestra la gráfica de la derivada de f .

a) Determinar los intervalos de concavidad y convexidad de f .

b) Hallar los puntos de inflexión de f .

1 punto

