HOJA 1: La recta real. Funciones

1. Para cada una de las desigualdades que siguen, determinar el conjunto de números reales que las satisfacen. Dibujar dicho conjunto.

a)(*) $|9-2x|<1$ b)(*) $-5|x+3|<4x-5$ c)(*) $\frac{|x|}{3}+2<|x|$

d)(*) $1<|3-2x|$ e)(*) $\frac{(x^2-16)(x-1)}{x-3}\geq 0$ f) $|x-3|+|x+3|<10$

2. (*)Interpreta geométricamente las desigualdades a), b), c) y d) mediante las funciones

a) $y=|9-2x|$; $y=1$ b) $y=-5|x+3|$; $y=4x-5$

c) $y=\frac{|x|}{3}+2$; $y=|x|$ d) $y=1$; $y=|3-2x|$

3. Discutir si se cumplen las desigualdades siguientes :

a) (*) $|x+y|\leq|x|+|y|$ b)(*) $|x|+|y|\leq|x+y|$ c)(*) $|x-y|\leq|x|+|y|$ d)(*) $|x|-|y|\leq|x-y|$

4. Discutir la verdad o falsedad de las siguientes afirmaciones

a) $x<y\Rightarrow x^2<y^2$ b) $|x|<|y|\Rightarrow x^2<y^2$

c) $x^2<y^2\Rightarrow x<y$ d) $x^2<y^2\Rightarrow|x|<|y|$

5. Obtener para los conjuntos $A\subset\mathbb{R}$ que se definen a continuación, el máximo y el mínimo, si los hubiera, para $\alpha=-1$, $\alpha=0$ y $\alpha=1$

a) $A=\{x:e^x\leq\alpha\}$ b) $A=\{x:e^x\geq\alpha\}$ c) $A=\{x:\ln x\leq\alpha\}$ d) $A=\{x:\ln x\geq\alpha\}$

6. (*)Sean $f(x)=1/x$ y $g(x)=x^2-1$.

a) Hallar el dominio y la imagen de estas funciones.
b) Hallar $f(g(2))$ y $g(f(2))$.
c) Hallar $f(g(x))$ y $g(f(x))$.

7. Repasar las gráficas de las funciones: a)(*) $f(x)=x^2$ b)(*)$f(x)=e^x$ c)(*)$f(x)=lnx$

En cada caso dibujar las gráficas de las funciones siguientes a partir de las anteriores, interpretando geométricamente los resultados.

i) $g(x)=f(x+1)$ ii) $h(x)=-2f(x)$ iii) $p(x)=f(3x)$

iv) $s(x)=f(x)+1$ v) $r(x)=|f(x)|$ vi) $m(x)=f(|x|)$

8. (*)Hallar el dominio y la imagen de las siguientes funciones:

a)$f(x)=ln(1+|x|)$ b)$g(x)=2-\sqrt{1-x^2}$ c) $h(x)=e^{\sqrt{1-x^2}}$

9. (*)Sean $f,\ g:I\to\mathbb{R}$ funciones crecientes. Discutir la verdad o falsedad de las siguiente afirmaciones

a) $f+g:I\to\mathbb{R}$ es una función creciente

b) $f\cdot g:I\to\mathbb{R}$ es una función creciente

10. Sean $f,\ g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ funciones monótonas. Discutir cuando será $g\circ f$ creciente o decreciente dependiendo del comportamiento de f y g (en total cuatro casos).

11. Para cada una de las siguientes funciones, por ejemplo f, hallar los intervalos I,J para que $f:I\to J$ sea biyectiva.

a) $f(x)=x^2$ b) $g(x)=\ln|x|$ c) $h(x)=e^{-x^2}$

12. Determinar si las siguientes funciones son pares, impares o ninguno de los dos casos:

a) $f(x)=\frac{x^2}{x^2+1}$ b) $g(x)=\frac{x^3}{x^4+1}$ c) $h(x)=\frac{x^3}{x^5+1}$

13. (*)Calcula la función inversa de las siguientes funciones:

$f(x)=(x^3-5)^5$, $g(x)=(\sqrt[3]{x-5})^5$

14. Sea f una función par y g una función impar. Demuestra que:

$|g|$ es par; $f\circ g$ es par; $g\circ f$ es par;

$f\cdot g$ es impar; g^k es par (si k es par); g^k es impar (si k es impar)