Universidad Carlos III de Madrid

Departamento de Economía   Examen final de Matemáticas I   septiembre de 2000

Apellidos:		**Nombre:**
DNI:	**Titulación:**	**Grupo:**

Modelo 1

1. **Consideramos los conjuntos** $X = \{2, 4, 6, 12, 24, 36, 48\}$ y $A = \{4, 6, 12\} \subset X.$ Se define la relación de orden $a \leq b$ si y sólo si a divide a b**.**

a) Hallar el máximo y/o los maximales de $A,$ si existen.

b) Hallar el mínimo y/o los minimales de $A,$ si existen.

1 punto

2. **Dada la función** $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ **definida por** $f(x) = \begin{cases} \dfrac{\operatorname{sen} x^2}{x^2} + x & , \text{si } x \neq 0 \\ 0 & , \text{si } x = 0 \end{cases}$ **.**

a) Hallar los puntos donde f es continua y, donde no lo sea, determinar si la discontinuidad es evitable o no.

b) Calcular las asíntotas horizontales, verticales y oblícuas.

1 punto

3. **Sea** $y = f(x)$ **la función definida de forma implícita mediante la ecuación** $y + x\sqrt{y} = 1$ **en el punto** $(0,1)$**.**

a) Calcular $f'(1)$.

b) Hallar la ecuación de la recta tangente a la gráfica de f en el punto $(0,1)$.

1,5 puntos

4. **Sea** $f(x) = 3x^5 - 10x^3$

a) Hallar los intervalos de crecimiento y decrecimiento de $f(x)$.

b) Calcular los extremos locales de $f(x)$. ¿Tiene extremos globales?

c) Dibujar la gráfica.

1,5 puntos

5. **Hallar** $\int \frac{1}{x^2 - 4}\, dx$**.**

b) **Calcular** $\int_0^2 \frac{1}{x^2 - 4}\, dx$

1,5 puntos

6. **Sea** A **la región comprendida entre la curva** $y = -\ln\left(x + \frac{1}{2}\right)$ **y las rectas** $x = 0$ **e** $y = 0$ **.**

a) Representar A.

b) Calcular el área de dicho recinto.

1 punto

7. **Sea f continua y $f > 0$.**

a) Probar que $F(x) = \int_0^x f(t)\, dt$ es creciente si $x > 0$ y decreciente si $x < 0$.

b) Enuncia el Teorema de Rolle.

1,5 puntos

8. **La siguiente figura muestra la gráfica de la derivada de** f.

a) Determinar los intervalos de concavidad y convexidad de f.

b) Hallar los puntos de inflexión de f .

1 punto