

MATEMÁTICAS AVANZADAS PARA LA ECONOMÍA – 2014/2015

Hoja 5. Ecuaciones Diferenciales (1)

5-1. ¿Es $\dot{x}(t) = x(t^2)$ una ecuación diferencial ordinaria?

5-2. Verifica que $x(t) = \pm\sqrt{\ln(C(t^2 + 1))}$, donde C es una constante positiva, es solución de

$$\dot{x}(t) = \frac{t}{x(t)(t^2 + 1)}.$$

5-3. Escribe la ecuación de orden dos

$$\ddot{x}(t) + a(t)\dot{x}(t) + b(t)x(t) = c(t)$$

como un sistema de primer orden.

5-4. Está nevando con regularidad. A las 12 a.m. una máquina quitanieves comienza a quitar la nieve. La máquina avanza 2 km. en la primera hora y sólo 1 km. en la segunda. Sabiendo que la máquina quitanieves quita una cantidad constante de nieve por unidad de tiempo, ¿a qué hora comenzó a nevar?

5-5. Encontrar la solución de los siguientes problemas:

(a) $\dot{x} = \frac{e^t}{x(1 + e^t)}$.

(b) $\dot{x} = e^{t-x}$, $x(0) = 1$.

5-6. Probar que una ecuación separable es exacta.

5-7. Resolver las ecuaciones.

(a) $(\alpha t + \beta x) dt + (\beta t + \gamma x) dx = 0$.

(b) $(-2tx^3 + t \ln t) dt - (3t^2x^2) dx = 0$.

5-8. Se consideran las siguientes funciones de oferta y demanda: $Q_s(P) = P - 6$, $Q_d(P) = 15 - 2P$. El precio es una función del tiempo, $P(t)$, cuya variación instantánea viene dada por

$$\dot{P} = 2(Q_d(P) - Q_s(P)).$$

Calcula $P(t)$, el precio y la cantidad de equilibrio y estudia si el precio converge al precio de equilibrio en el largo plazo.