

**EXAMEN EXTRAORDINARIO**  
Econometría  
Universidad Carlos III de Madrid  
23/06/21

Escriba su nombre y grupo en cada hoja de respuestas.

Responda todas las preguntas en 2:30 horas.

PREGUNTA 1 (30%)

Considere los datos de producción para el año 1994 de 30 empresas estadounidenses en el sector de industrias cárnicas primarias. Para cada empresa, se dan valores de producción ( $Y$ , valor agregado en millones de dólares) y capital ( $K$ , stock de capital real en millones de dólares de 1987). Se estima por *MCO* una función de producción log-lineal con el siguiente resultado (errores estándar asumiendo homocedasticidad entre paréntesis)

$$\ln Y_i = 0.701 + 0.756 \ln L_i + 0.242 \ln K_i + \hat{u}_i, \quad SCR = 1.81551, \quad R^2 = 0.956888, \quad (1)$$

(0.451)      (0.091)      (0.110)

donde  $SCR$  denota la suma de cuadrados de los residuos. También se estiman por *MCO* dos especificaciones alternativas,

$$\ln Y_i = 0.010 + 0.524 \ln (K_i \cdot L_i) + \hat{u}_{1i}, \quad SCR = 2.37214, \quad R^2 = 0.94367, \quad (2)$$

(0.358)      (0.026)

$$\ln \frac{Y_i}{K_i} = 0.686 + 0.756 \ln \frac{L_i}{K_i} + \hat{u}_{2i}, \quad SCR = 1.825652, \quad R^2 = 0.95665, \quad (3)$$

(0.132)      (0.089)

donde  $SCR$  denota la suma de cuadrados de los residuos. Valores críticos de la normal estándar  $Z$  :  $Z_{0.005} = 2.58$ ,  $Z_{0.01} = 2.33$ ,  $Z_{0.025} = 1.96$ ,  $Z_{0.05} = 1.64$ ,  $Z_{0.1} = 1.28$ , donde  $\mathbb{P}(Z > Z_\alpha) = \alpha$ . Valores críticos de  $\chi^2_q/q$  para  $q = 1, \dots, 5$  al 5%:  $\chi^2_{1,0.05} = 3.84$ ,  $\chi^2_{2,0.05}/2 = 3.00$ ,  $\chi^2_{3,0.05}/3 = 2.60$ ,  $\chi^2_{4,0.05}/4 = 2.37$ ,  $\chi^2_{5,0.05}/5 = 2.21$ .

- a. **(1/3)** Contraste que las elasticidades de la producción con respecto al capital y al trabajo son idénticas utilizando los  $R^2$ 's al 5% de significación. A continuación, demuestre que el estadístico de contraste se puede expresar en términos de las  $SCR$ 's.
- b. **(1/3)** Contraste que la tecnología de producción exhibe rendimientos constantes a escala. Explique si el contraste se puede realizar o no utilizando los  $R^2$ 's o las  $SCR$ .
- c. **(1/3)** Discuta cómo podría obtener una región de confianza del 95% para  $\beta_{\ln L}$  y

$\beta_{\ln K}$  (elipse de confianza). ¿Qué información adicional necesitaría? Comente brevemente si tal región de confianza puede ayudarnos a contrastar

$$H_0 : \beta_{\ln L} = 0.9 \text{ y } \beta_{\ln K} = 0.1 \text{ vs } H_1 : \beta_{\ln L} \neq 0.9 \text{ y/ó } \beta_{\ln K} \neq 0.1.$$

Use un gráfico para ilustrar sus explicaciones.

### PREGUNTA 2. (35%)

Una investigadora tiene datos de 100 trabajadores en una gran organización sobre ingresos por hora (*earn*), nivel de habilidad del trabajador (*skills*) y una medida de la inteligencia del trabajador (*IQ*). La investigadora supone que la relación entre estas variables viene dada por las siguientes dos ecuaciones:

$$\begin{aligned} \ln \text{earn} &= \beta_0 + \beta_1 \text{skills} + u, \\ \text{skills} &= \alpha_0 + \alpha_1 \text{IQ} + v, \end{aligned} \tag{4}$$

donde  $u$  y  $v$  son términos de error con media cero e incorrelados con  $IQ$ . La investigadora no está segura de si  $u$  y  $v$  están correlados.

- a. (1/6) Justifique si cada variable en las dos ecuaciones es exógena o endógena y obtenga las ecuaciones en forma reducida para las variables endógenas.
- b. (2/6) Demuestre matemáticamente bajo qué circunstancias el estimador MCO  $\hat{\beta}_1$  de  $\beta_1$  es consistente y bajo qué circunstancias es inconsistente.
- c. (2/6) Demuestre matemáticamente cómo la investigadora podría usar la estimación de variables instrumentales (VI) para estimar consistentemente  $\beta_1$ .
- d. (1/6) Explique las ventajas y desventajas de usar VI en lugar de MCO para estimar  $\beta_1$  cuando no hay certeza sobre la consistencia de  $\hat{\beta}_1$ .

### PREGUNTA 3. (35%)

Nuestro objetivo es estimar la relación causal entre los precios de la vivienda y la contaminación. Para ello disponemos de una muestra de 506 barrios de la zona de Boston (EE. UU.). Estimamos un modelo que relaciona el precio medio en dólares de las casas en cada barrio (*price*) con la cantidad de óxido de nitrógeno en el área, medida en partes por 100 millones (*nox*), controlando por *dist*: la distancia ponderada del vecindario a cinco

centros de empleo principales, en millas, por *rooms*: el número medio de habitaciones en las casas del barrio, por *crime*: el número de delitos cometidos per cápita (calculado como el número de delitos dividido por el número de habitantes multiplicado por 100000) , y por *stratio*: el promedio de la ratio de alumnos por maestro en las escuelas del barrio. El modelo poblacional es

$$\ln(\text{price}) = \beta_0 + \beta_1 \ln(\text{nox}) + \beta_2 \ln^2(\text{nox}) + \beta_3 \text{dist} + \beta_4 \text{dist}^2 + \beta_5 \text{dist} \cdot \ln(\text{nox}) \\ + \beta_6 \text{rooms} + \beta_7 \text{stratio} + \beta_8 \text{crime} + \beta_9 \text{crime} \cdot \ln(\text{nox}) + u,$$

donde el error  $u$  tiene media condicional cero, dadas las variables explicativas consideradas, y la varianza condicional puede ser una función de las variables explicativas. La salida de GRETL con la estimación MCO de este modelo con la matriz de varianza y covarianza de los coeficientes estimados, así como la estimación de una transformación, se encuentran al final del examen. Utilice los valores críticos de la pregunta 1.

- a. (1/3) Proporcione un intervalo de confianza al 95% para la elasticidad de *price* con respecto a *nox*, para  $\text{nox} = 5$ ,  $\text{dist} = 4$  y  $\text{crime} = 0.5$ .
- b. (1/3) ¿Cuál es el valor estimado de *dist* tal que la relación entre *price* y *dist* cambia de signo cuando  $\text{nox} = 5$ ?
- c. (1/3) Obtenga un estimador de la elasticidad de *price* con respecto a *crime* para  $\text{nox} = 5$  y  $\text{crime} = 0.5$  Entonces, contraste al nivel de significatividad del 1% si esta elasticidad es diferente de cero.

Modelo 1: MCO, usando observaciones 1–506

Variable Dependiente: lprice

Errores Estándar robustos a la heterocedasticidad, variante HC1				
	Coefficiente	Error Estánd.	Estadístico $t$	p-valor
const	18.5445	2.37133	7.8203	0.0000
$\ln(\text{nox})$	-8.35034	2.37062	-3.5224	0.0005
$\ln^2(\text{nox})$	1.84037	0.581296	3.1660	0.0016
dist	-0.813055	0.222751	-3.6501	0.0003
dist <sup>2</sup>	0.0168214	0.00346286	4.8577	0.0000
dist·lnox	0.382561	0.125710	3.0432	0.0025
rooms	0.242263	0.0236869	10.2277	0.0000
stratio	-0.0461280	0.00490355	-9.4070	0.0000
crime	0.202440	0.0430921	4.6978	0.0000
crime·lnox	-0.113157	0.0227057	-4.9836	0.0000

$R^2$  0.679808  $R^2$  Ajustado 0.673998  
 $F(9, 496)$  97.99094 P-valor( $F$ ) 4.0e-104

Matriz de covarianzas de los coeficientes

const	ln(nox)	ln <sup>2</sup> (nox)	dist	dist <sup>2</sup>	const
5.6232	-5.5742	1.3521	-0.50367	0.0064633	const
	5.6199	-1.3739	0.49179	-0.0060575	ln(nox)
		0.33791	-0.11702	0.0014084	ln <sup>2</sup> (nox)
			0.049618	-0.00066546	dist
				1.1991e-05	dist <sup>2</sup>
dist·ln(nox)	rooms	stratio	crime	crime·ln(nox)	
0.28267	-2.0012e-05	-0.0033857	0.013530	-0.0061238	const
-0.27820	-0.0053622	0.0023673	-0.015960	0.0074156	ln(nox)
0.066446	0.0015378	-0.00045917	0.0045256	-0.0021542	ln <sup>2</sup> (nox)
-0.027784	-0.00028577	0.00042420	-0.00055342	0.00018813	dist
0.00034633	-2.6614e-06	-5.6973e-06	1.1637e-05	-5.1086e-06	dist <sup>2</sup>
0.015803	0.00023215	-0.00024123	0.00026781	-7.9769e-05	dis·ln(nox)
	0.00056107	4.1068e-05	5.1632e-05	-2.2403e-05	rooms
		2.4045e-05	1.5567e-05	-9.9102e-06	stratio
			0.0018569	-0.00097728	crime
				0.00051555	crime·ln(nox)

Modelo 2: MCO, usando observaciones 1-506

Variable Dependiente: lprice

Errores Estándar robustos a la heterocedasticidad, variante HC1

	Coefficiente	Error Estánd.	Estadístico $t$	p-valor
const	18.5445	2.37133	7.8203	0.0000
ln(nox)	-0.952759	0.120556	-7.9030	0.0000
dist	-0.813055	0.222751	-3.6501	0.0003
dist <sup>2</sup>	0.0168214	0.00346286	4.8577	0.0000
rooms	0.242263	0.0236869	10.2277	0.0000
stratio	-0.0461280	0.00490355	-9.4070	0.0000
crime	0.202440	0.0430921	4.6978	0.0000
ln(nox) (ln(nox) - 2 · ln(5))	1.84037	0.581296	3.1660	0.0016
ln(nox) (dist - 4)	0.382561	0.125710	3.0432	0.0025
ln(nox) (crime - 0.5)	-0.113157	0.0227057	-4.9836	0.0000

$R^2$  0.679808  $R^2$  Ajustado 0.673998  
 $F(9, 496)$  97.99094 P-valor( $F$ ) 4.0e-104