

# ECONOMIA APLICADA

## Crecimiento y Convergencia<sup>1</sup>

---

---

<sup>1</sup>Basado en Acemoglu (2008) y Barro y Sala-i-Martin (2004)

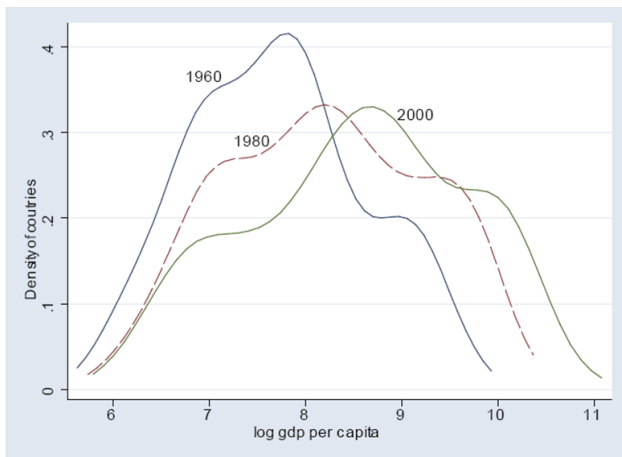
# Outline

- 1 Algunos hechos
  - Diferencias entre países
  - Crecimiento y otras variables
- 2 Modelo de Solow
  - El modelo de Solow básico
  - El modelo de Solow ampliado
  - El modelo de Solow y la convergencia

## Diferencias de Ingreso entre países

- Existen grandes diferencias de ingreso per capita y por trabajador entre países. Los más ricos tienen ingresos per capita mucho mayores a los ingresos de los más pobres.
- Algunos ejemplos, PIB per capita para el año 2010: Noruega \$54600, EEUU \$47200, España \$29400, Botswana \$14000, Uruguay \$13700, Brasil \$10800, Nigeria \$2500 (valores en dólares de 2010, ajustados por paridad del poder de compra, según CIA World Factbook).
- Las siguientes figuras muestran la distribución de países según el ingreso per capita y el ingreso por trabajador.

# Diferencias de Ingreso entre países



Distribución de países según GDP por trabajador en 1960, 1980 y 2000  
(Fuente: Acemoglu 2008).

# Diferencias de Ingreso entre países



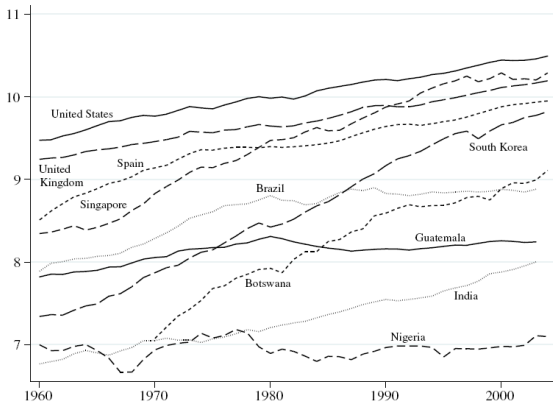
Fuente: Acemoglu(2008)

## Crecimiento y Diferencias de Ingreso entre países

- Grandes diferencias también en cuanto a crecimiento. Estados Unidos o Reino Unido tienen patrones de crecimiento muy distintos a los de otras partes del mundo.
- Otro grupo de países ha logrado crecer a un ritmo tan alto que, si bien comenzaron con niveles muy bajos de ingresos, hoy sus niveles de ingreso per capita se acercan a la de los países occidentales. Son los casos de Japón, Singapur, Corea del Sur.
- Hay países que tenían niveles similares de ingreso en 1960 y tienen hoy ingresos muy diferentes (Botswana y Nigeria por ejemplo).
- España creció relativamente rápido por unos 20 años y luego no tanto.

# Crecimiento y Diferencias de Ingreso entre países

Log GDP per capita



Fuente: Acemoglu(2008)

## Diferencias de ingreso y de crecimiento entre países

- Gran desigualdad en ingreso per capita e ingreso por trabajador entre países: lo vemos en la dispersión de las distribuciones.
- “Leve” incremento en la desigualdad entre países (no necesariamente entre individuos).
- Diferentes patrones de crecimiento en distintos países.
- ¿Nos debería importar esta diferencia de ingresos y crecimiento entre países?

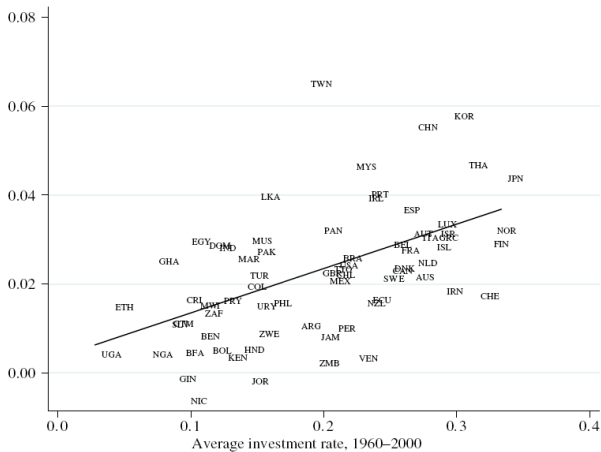


# Crecimiento y otras variables

- Nos gustaría saber qué características específicas han sido la causa del crecimiento para los diferentes países.
- Eso significa que nos gustaría llegar a estimar un efecto causal.
- Empecemos por mirar cómo se relaciona el crecimiento con otras variables que a priori pensamos pueden ser importantes, como inversión y educación.

# Crecimiento y otras variables

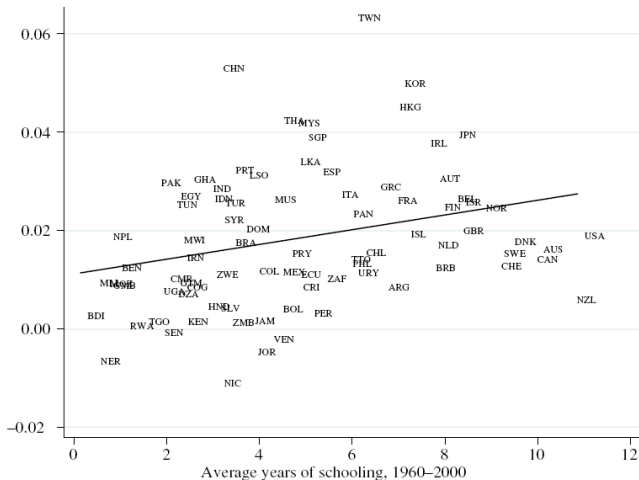
Average growth rate of GDP per capita, 1960–2000



Fuente: Acemoglu(2008)

# Crecimiento y otras variables

Average growth rate of GDP per capita, 1960–2000



Fuente: Acemoglu(2008)

## Crecimiento y otras variables

- Correlación positiva entre crecimiento y tasa de inversión y entre crecimiento y escolarización.
- Esto sugiere que los países que invirtieron más en capital humano y físico han crecido más.
- No implica que estos factores fueron la causa del crecimiento.
- Potenciales causas:
  - aspectos institucionales
  - aspectos geográficos
  - aspectos culturales
  - suerte...
- Para intentar aproximarnos a los factores detrás del crecimiento necesitamos un modelo para confrontar con los datos.

# Modelo de Solow

- Modelo sencillo para aproximarnos a las causas del crecimiento y de las diferencias entre países.
- Empezamos por una función de producción:

$$Y_t = F[L_t, K_t, A_t]$$

- El producto depende del trabajo ( $L_t$ ), del capital ( $K_t$ ) y de  $A_t$  que representa la productividad.
- Las fuentes potenciales de crecimiento del producto son tres: trabajo, capital físico o productividad (tecnología).

## El modelo de Solow y los datos: regresiones

- Una manera de llevar el modelo de Solow a los datos es mediante regresiones (Barro (1991), Mankiw, Romer y Weil (1992), Levine y Renelt (1992), Durlauf and Johnson (1995)).
- Para eso debemos formular un modelo econométrico en base al modelo de Solow
- Usemos la siguiente función Cobb-Douglas para simplificar la derivación del modelo econométrico:

$$Y_t = (A_t L_t)^{1-\alpha} K_t^\alpha$$

## El modelo de Solow

- El modelo asume que una fracción constante del producto,  $s$ , se invierte. La evolución de  $K$  en el modelo es:

$$\begin{aligned}K_t &= (1 - \delta)K_{t-1} + I_t \\ &= (1 - \delta)K_{t-1} + sY_{t-1} \\ &= (1 - \delta)K_{t-1} + s[(A_{t-1}L_{t-1})^{1-\alpha}K_{t-1}^\alpha]\end{aligned}$$

donde  $\delta$  es la tasa de depreciación del capital.

- Además se asume que  $L_t$  crece a la tasa fija  $n$  y  $A_t$  crece a la tasa fija  $g$ .

## El modelo de Solow

- Se define  $k$  como el stock de capital por unidad efectiva de trabajo ( $k_t = K_t/(A_t L_t)$ ), e  $y$  como el nivel de producto por unidad efectiva de trabajo ( $y_t = Y_t/(A_t L_t)$ ).
- Usando las variables en términos de trabajo efectivo en la función de producción obtenemos:

$$\begin{aligned}y_t &= \frac{Y_t}{A_t L_t} \\ &= \frac{(A_t L_t)^{1-\alpha} K_t^\alpha}{A_t L_t} = \frac{(A_t L_t)(A_t L_t)^{-\alpha} K_t^\alpha}{A_t L_t} \\ &= k_t^\alpha\end{aligned}$$



## El modelo de Solow

- De la evolución de  $K_t$ ,  $A_t$  y  $L_t$  se obtiene la evolución de  $k_t$ :

$$\begin{aligned}k_t &= \frac{K_t}{A_t L_t} \\&= (1 - \delta) k_{t-1} \frac{A_{t-1} L_{t-1}}{A_t L_t} + s k_{t-1}^\alpha \frac{A_{t-1} L_{t-1}}{A_t L_t} \\&= \frac{(1 - \delta) k_{t-1} + s k_{t-1}^\alpha}{(1 + g + n)}\end{aligned}$$

- Si dividimos entre  $k_{t-1}$  obtenemos la tasa de crecimiento del capital por unidad de trabajo efectivo.

$$\frac{k_t}{k_{t-1}} = \frac{1 - \delta + s k_{t-1}^{\alpha-1}}{(1 + g + n)}$$

## El modelo de Solow

- El nivel de estado estacionario por lo tanto se da en  $k_t = k_{t-1}$ :

$$k^* = \left[ \frac{s}{(n + g + \delta)} \right]^{1/(1-\alpha)}$$

- Y por tanto la ecuación para el ingreso per capita de estado estacionario (tomando logaritmos) es:

$$\begin{aligned} \ln \left( \frac{Y_t}{L_t} \right) &= \ln(A_t) + \ln(y_t) = \ln(A_t) + \ln(k_t^\alpha) \\ &= \ln(A_t) + \ln \left( \left[ \frac{s}{(n + g + \delta)} \right]^{\alpha/(1-\alpha)} \right) \end{aligned}$$

## El modelo de Solow y los datos: regresiones

- Asumiendo que  $\ln(A_t) = a + gt + \varepsilon$  la ecuación del producto per capita en un momento dado ( $t = 0$ ) es:

$$\ln\left(\frac{Y_t}{L_t}\right) = a + \frac{\alpha}{1-\alpha} \ln(s) - \frac{\alpha}{1-\alpha} \ln(n + g + \delta) + \varepsilon \quad (1)$$

- Esta ecuación es la base de muchos trabajos empíricos.
- ¿Qué necesitamos suponer para estimarla usando MCO?
- Estimaremos este modelo siguiendo a Mankiw, Romer y Weil en su artículo del QJE de 1992.

## El modelo de Solow ampliado

- De hecho Mankiw, Romer y Weil también analizan el modelo de Solow “ampliado”.
- Llamamos modelo ampliado a un modelo que agrega acumulación de capital al modelo de crecimiento de Solow.
- Empíricamente, es de esperar cambios en las estimaciones si creemos que el capital humano es una variable omitida en la ecuación que vimos antes.
- Para verificarlo, veamos el modelo teórico ampliado.

## El modelo de Solow ampliado

- Usemos la siguiente función Cobb-Douglas, donde  $H$  es el stock de capital humano:

$$Y_t = H_t^\beta (A_t L_t)^{1-\alpha-\beta} K_t^\alpha$$

- Definiendo  $h = H/AL$ ,  $s_k$  como la fracción de ingreso invertida en capital físico y  $s_h$  la fracción invertida en capital humano, la evolución de la economía es:

$$\dot{k}_t = s_k y_t - (n + g + \delta) k_t$$

$$\dot{h}_t = s_h y_t - (n + g + \delta) h_t$$

## El modelo de Solow ampliado

- Se supone  $\alpha + \beta < 1$ : retornos decrecientes a todo el capital.
- El estado estacionario correspondiente a las ecuaciones anteriores es:

$$k_t^* = \left( \frac{s_k^{1-\beta} s_h^\beta}{n + g + \delta} \right)^{1/(1-\alpha-\beta)}$$

$$h_t^* = \left( \frac{s_k^\alpha s_h^{1-\alpha}}{n + g + \delta} \right)^{1/(1-\alpha-\beta)}$$

## El modelo de Solow ampliado

- Sustituyendo estas ecuaciones en la función de producción, obtenemos el logaritmo del producto por trabajador:

$$\ln\left(\frac{Y_t}{L_t}\right) = a - \frac{\alpha + \beta}{1 - \alpha - \beta} \ln(n + g + \delta) \quad (2)$$

$$+ \frac{\alpha}{1 - \alpha - \beta} \ln(s_k) + \frac{\beta}{1 - \alpha - \beta} \ln(s_h) + \varepsilon \quad (3)$$

- La ecuación muestra el ingreso per capita como función del crecimiento de la población y de la acumulación de capital físico y humano.
- También analizaremos empíricamente esta ecuación, siguiendo a Mankiw, Romer y Weil (1992).

## Modelo de Solow y Convergencia

- El modelo de Solow también puede usarse para analizar la idea de convergencia. Para eso usamos el modelo fuera del estado estacionario.
- Partiendo de la ecuación de estado estacionario del producto per capita, la velocidad de convergencia está dada por:

$$\frac{d \ln y_t}{dt} = (1 - \alpha)(n + g + \delta) [\ln y^* - \ln y_t]$$

- Si “calibramos” la velocidad de convergencia con valores para economías avanzadas:  $g \approx 0.02$ ,  $n \approx 0.01$ ,  $\delta \approx 0.05$ ,  $\alpha \approx 1/3$ 
  - El coeficiente de convergencia sería de 0.053 (5.3% de la brecha entre  $y$  e  $y^*$  desaparece en un año).
  - El tiempo que lleva eliminar la mitad de la brecha inicial es de aproximadamente 13 años.



## Modelo de Solow y Convergencia

- Usando la ecuación de convergencia también obtenemos ecuaciones de regresión similares a las de Barro(1991):

$$g_{i,t,t-1} = \beta_0 + \beta_1 \log y_{i,t-1} + \varepsilon_{i,t}$$

- $g_{i,t,t-1}$  es la tasa de crecimiento entre  $t - 1$  y  $t$  para el país  $i$
- $\varepsilon_{i,t}$  captura las variables relevantes omitidas
- Barro y Sala-i-Martin definen esta ecuación como de *convergencia incondicional*.

## Modelo de Solow y Convergencia

- Pero quizás la convergencia incondicional sea muy demandante
- Implica que la brecha de ingresos entre dos países debe disminuir más allá de las oportunidades tecnológicas, las políticas e instituciones de cada país.
- Si los países son diferentes en otros aspectos, una ecuación más apropiada podría ser:

$$g_{i,t,0} = \beta_0 + \beta_1 \log y_{i,0} + \theta X_i + \varepsilon_{i,t}$$

donde  $g$  representa la tasa de crecimiento y  $X_i$  características relevantes de los países

- Es la llamada *convergencia condicional*
- Basados en el modelo de Solow esas variables son tasa de inversión y crecimiento del trabajo efectivo.

## Modelo de Solow y Convergencia

- Los modelos de convergencia que solemos encontrar en economía aplicada se basan en esta idea, menos “demandante”
- Donde  $X$  incluye entre otras variables: tasa de escolarización por sexo, tasa de fertilidad, tasa de inversión, tasa de inflación, apertura de la economía, variables institucionales.
- Este tipo de regresiones tienden a mostrar  $\beta_1 < 0$ .
- También estimaremos ecuaciones de convergencia en clase.

## Análisis de Regresión - Problemas

- Este tipo de modelos también se han usado para estimar los “determinantes del crecimiento económico”
- En esos casos,  $\theta$  refleja el efecto causal de las distintas variables incluidas en  $X$  en el crecimiento económico.
- Pero podemos pensar en varios problemas con ese tipo de análisis.
  - Algunas variables en  $X_i$  e  $y_i$  son endógenas en un sentido econométrico: se determinan conjuntamente con  $g_i$
  - Error en medición o shocks temporales en  $y_i$ .
  - El modelo de Solow es un modelo de economía cerrada