

Contrastando Hipótesis después de la Estimación Probit

Microeconomía Cuantitativa

R. Mora

Departamento of Economía
Universidad Carlos III de Madrid

Esquema

- 1 Introducción
- 2 Restricciones de exclusión
- 3 Hipótesis Lineales

El modelo Probit y su estimación MV

El modelo Probit

- $U_m = \beta_m x_m + \varepsilon_m$
- $U_h = \beta_h x_h + \varepsilon_h$
- $\varepsilon_h, \varepsilon_m \sim N(0, \Sigma)$ tal que $\varepsilon \sim N(0, 1)$
- $Pr(\text{work} = 1) = \Phi(\beta x)$ donde Φ es la fda de la normal estándar

$$\hat{\beta}^{ML} = \arg \max_i \sum_i \{ \text{work}_i \log(\Phi(\beta x_i)) + (1 - \text{work}_i) \log(1 - \Phi(\beta x_i)) \}$$

- en gretl, se utiliza un algoritmo cuasi-Newton (el BFGS)

Propiedades asintóticas e inferencia

bajo condiciones generales, el estimador MV es consistente, asintóticamente normal y asintóticamente eficiente

- podemos construir intervalos de confianza y estadísticos t asintóticos (igual que con MCO, MC2E y VI)
- restricciones de exclusión
 - el test del multiplicador de Lagrange requiere estimar el modelo restringido
 - el estadístico de Wald requiere estimar el modelo sin restringir
 - el estadístico de razón de verosimilitudes (LR) requiere la estimación de ambos modelos

El test LR

El contraste LR

- se basa en la diferencia entre las logverosimilitudes
- como con los contrastes F en regresión lineal y el R^2 , los modelos más restringidos no pueden incrementar la verosimilitud

$$LR = 2(l_{ur} - l_r) \xrightarrow{a} \chi_q$$

donde q es el número de restricciones

Estimación Probit en gretl

- `probit`: computa estimación Probit por MV
 - `omit/add`: contrastes LR o Wald de significatividad conjunta
 - `$yhat`: estima probabilidades
 - `$lnl`: proporciona la log-verosimilitud del último modelo estimado
 - `logit`: computa estimación Logit por MV
-
- en esta Sesión, aprenderemos a usar `omit`, `add` y `$lnl`

Ejemplo: datos simulados

El modelo Probit

- $U_m = 0.3 + 0.05 * educ + 0.5 * kids + \varepsilon_m$
- $U_h = 0.8 - 0.02 * educ + 2 * kids + \varepsilon_h$
- $\varepsilon_h, \varepsilon_m \sim N(0, \Sigma)$ such that $\varepsilon \sim N(0, 1)$

- la educación genera utilidad si trabajas y desutilidad si no
- tener un niño genera más utilidad si no trabajas
- $\beta_x = -0.5 + 0.07 * educ - 1.5 * kids$

La salida de probit

```
probit work const educ kids
```

Convergence achieved after 6 iterations

Model 1: Probit, using observations 1-5000

Dependent variable: work

	coefficient	std. error	t-ratio	slope
const	-0.434462	0.0812490	-5.347	
educ	0.0659247	0.00576068	11.44	0.0240325
kids	-1.47598	0.0407604	-36.21	-0.521270

Mean dependent var	0.366800	S.D. dependent var	0.364545
McFadden R-squared	0.233290	Adjusted R-squared	0.232378
Log-likelihood	-2519.525	Akaike criterion	5045.049
Schwarz criterion	5064.601	Hannan-Quinn	5051.902

Number of cases 'correctly predicted' = 3859 (77.2%)

$f(\beta'x)$ at mean of independent vars = 0.365

Likelihood ratio test: Chi-square(2) = 1533.26 [0.0000]

		Predicted	
		0	1
Actual	0	2495	671
	1	470	1364

omit *varlist* `--wald` `--quiet`

- *varlist* es un subconjunto de los controles usados en el último modelo estimado
- calcula el test LR de significatividad conjunta de las variables en *varlist*
- con la opción `--wald` se calcula el contraste Wald basado en la matriz de varianzas del modelo original
- con la opción `--quiet`:
 - solo se imprime el resultado del test
 - el modelo restringido no se convierte en el último modelo estimado almacenado en la memoria de gretl (para su acceso con `$coeff`, `$yhat`, `$uhat` y `$lnl`)

Ejemplo: el contraste LR

```
omit educ kids --quiet
```

Null hypothesis: the regression parameters are zero for the variables
educ, kids

Likelihood ratio test:

Chi-square(2) = 1533.26, with p-value = 0

Ejemplo: el contraste de Wald

```
omit educ kids --wald
```

Null hypothesis: the regression parameters are zero for the variables
educ, kids
Asymptotic test statistic:
Wald chi-square(2) = 1362.14, p-value = 1.636 8e-2
F-form: F(2, 4) = 681.072, p-value = 2.71422e-262

add varlist --quiet

```
? probit work const
Convergence achieved after 4 iterations

Model 2: Probit, using observations 1-5000
Dependent variable: work

-----
              coefficient   std. error   z         slope
-----
const          -0.340341    0.0181027   -18.80

Mean dependent var   0.366800   S.D. dependent var   0.376494
McFadden R-squared   0.000000   Adjusted R-squared   NA
Log-likelihood       -3286.153   Akaike criterion     6574.306
Schwarz criterion    6580.823   Hannan-Quinn         6576.590

Number of cases 'correctly predicted' = 3166 (63.3%)
f(beta'x) at mean of independent vars = 0.376

          Predicted
          0         1
Actual 0   3166     0
        1   1834     0

? add educ kids --quiet

Null hypothesis: the regression parameters are zero for the
variables
educ, kids

Asymptotic test statistic:
Wald chi-square(2) = 1362.14, with p-value = 1.63698e-296

F-form: F(2, 4997) = 681.072, with p-value = 2.71422e-262
```

Contraste de hipótesis lineales con el contraste LR

- puesto que podemos recuperar la log-verosimilitud de cada modelo estimado, es muy sencillo computar el estadístico LR para contrastes de hipótesis lineales homogéneas entre coeficientes

$$\beta x = -0.5 + 0.07 * educ - 1.5 * kids$$

- $H_0 : 2 * \beta_{educ} = -\beta_{kids}$

- estima el model sin restringir y guarda l_{ur}
- estima el modelo restringido y guarda l_r
- computa el estadístico $LR = 2 * (l_{ur} - l_r)$
- computa su p -valor asintótico bajo la nula: $\Pr(\chi_1^2 > LR)$

Contraste de hipótesis lineales en gretl

- `$lnl`: proporciona la log-verosimilitud del último modelo estimado
- `pvalue(c [, arguments , ...], value)`: calcula $\Pr(X > x)$, donde
 - la distribución de X viene especificada por c
 - el parámetro(s) asociado(s) a X se incluye(n) en `argument(...)`
 - el valor del estadístico x se representa por `value`

Ejemplos

- `p1 = pvalue(z, 2.2)` # z : normal estándar
- `p2 = pvalue(X, 3, 5.67)` # X : chi-cuadrado
- `p2 = pvalue(F, 3, 30, 5.67)` # F : F de Snedecor

Ejemplo: $H_0 : 2 * \beta_{educ} = -\beta_{kids}$

Model sin restringir: $\beta x = \beta_0 + \beta_{educ} * educ + \beta_{kids} * kids$

Modelo restringido: $\beta x = \beta_0 + \beta_{educ} * (educ - 2 * kids)$

```
outfile --write null
# estimating unrestricted model and storing loglikelihood
probit work const educ kids --quiet
scalar lur= $lnl

# estimating restricted model and storing loglikelihood
genr x=educ-2*kids
probit work const x --quiet
scalar lr= $lnl

# computing the LR statistic and p-value
scalar LR=2*(lur-lr)
scalar pval = pvalue(X, 1, LR)

# printout
outfile --close
printf "\nLikelihood Ratio test\nH0: 2*beta_educ+beta_kids=0\nLR
%.8g   p-value %.8g,\n", LR, pval
```

La salida del ejemplo

```
Likelihood Ratio test  
H0: 2*beta_educ+beta_kids=0  
LR 1139.6918   p-value 7.8025612e-250
```

Resumen

- `gret1` permite contrastar restricciones de exclusión después de la estimación `probit`
- tras la estimación, se pueden calcular el ratio de verosimilitudes, LR, y el contraste de Wald para contrastes de exclusión
- no es difícil contrastar hipótesis lineales homogéneas con un poco de programación