

Hoja de Ejercicios 5 Heterocedasticidad

ECONOMETRÍA I. UC3M

1. Suponga que Y_1 e Y_2 son variables aleatorias independientes, con $E[Y_1] = E[Y_2] = \mu$ y $Var[Y_1] = \sigma^2, Var[Y_2] = 4\sigma^2$. Dadas 2 observaciones (y_1, y_2) , consideramos los dos estimadores siguientes del parámetro desconocido μ :

$$\begin{aligned} m &= \frac{1}{2}y_1 + \frac{1}{2}y_2 \\ m' &= \frac{3}{5}y_1 + \frac{2}{5}y_2. \end{aligned}$$

- a) Compruebe que tanto m como m' son estimadores insesgados y calcule sus varianzas. ¿Qué estimador escogería?
- b) Obtenga el estimador insesgado $m^* = cy_1 + (1 - c)y_2$ con varianza mínima. ¿Qué relación guarda el cociente de las ponderaciones de cada observación, $c/(1 - c)$, con las varianzas respectivas?
- c) Suponga ahora que conoce las medias muestrales m_1 y m_2 obtenidas a partir de dos muestras aleatorias de una misma población de tamaños 100 y 25, respectivamente. ¿Cuál es el mejor estimador que puede obtener? (Pista: recuerde que bajo muestreo aleatorio la varianza de una media muestral es inversamente proporcional al tamaño muestral, y que las observaciones de una y otra muestra son independientes.)
2. [W. 8.1] ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es consecuencia de la heteroscedasticidad?
- a) El estimador MCO, $\hat{\beta}_j$ es, inconsistente.
- b) Bajo normalidad de los errores, el estadístico F habitual ya no sigue una distribución F .
- c) Los estimadores MCO ya no son estimadores lineales e insesgados de mínima varianza.

3. [W. 8.2] Considere un modelo lineal para explicar el consumo mensual de cerveza

$$\begin{aligned} beer &= \beta_0 + \beta_1 inc + \beta_2 price + \beta_3 educ + \beta_4 female + u \\ E(u|inc, price, educ, female) &= 0 \\ Var(u|inc, price, educ, female) &= \sigma^2 inc^2. \end{aligned}$$

Escriba la ecuación transformada que tenga un término de error homocedástico.

4. [W. 8.5] La variable *smokes* es una variable binaria que es igual a 1 si una persona fuma y 0 en caso contrario. Utilizando los datos de SMOKE, estimamos un modelo lineal de probabilidad

para *smokes*,

$$\begin{aligned} \widehat{smokes} = & 0,656 - 0,069 \log(cigpric) + 0,012 \log(income) - 0,029 educ \\ & \begin{matrix} (.855) & (.204) & (.026) & (.006) \\ [.856] & [.207] & [.026] & [.006] \end{matrix} \\ & + 0,020 age - 0,00026 age^2 - 0,101 restaurn - 0,026 white \\ & \begin{matrix} (.006) & (.00006) & (.039) & (.052) \\ [.005] & [.00006] & [.038] & [.050] \end{matrix} \\ n = & 807, \quad R^2 = 0,062 \end{aligned}$$

La variable *white* vale 1 si el encuestado es blanco y 0 en caso contrario, y *restaurn* vale 1 si el encuestado vive en un estado con restricciones para fumar en los restaurantes y 0 en caso contrario. Se incluyen tanto el error estándar habitual (\cdot) como el robusto a heteroscedasticidad [\cdot].

- ¿Hay diferencias importantes entre las dos expresiones del error estándar?
 - Manteniendo los demás factores fijos, si la educación se incrementa en cuatro años, ¿qué le ocurre a la probabilidad estimada de fumar?
 - ¿A partir de qué edad la edad tiene un efecto negativo sobre la probabilidad de fumar?
 - Interprete el coeficiente de la variable binaria *restaurn*.
 - La persona número 206 de la muestra tiene las siguientes características: $cigpric = 67,33$, $income = 6500$, $educ = 16$, $age = 77$, $restaurn = 0$, $white = 0$ y $smokes = 0$. Calcule la probabilidad estimada de fumar para esta persona y comente los resultados.
5. [W. 8.6] Utilice los datos de SLEEP75 para estimar la siguiente ecuación sobre las horas de sueño.

$$sleep = \beta_0 + \beta_1 totwrk + \beta_2 educ + \beta_3 age + \beta_4 age^2 + \beta_5 yngkid + \beta_6 male + u.$$

- Contraste mediante el contraste de White en GRETL (menu *contrastes*) la presencia de heteroscedasticidad en el modelo con un nivel de significación del 10 %.
- Escriba un modelo que permita que la varianza de u difiera entre hombres y mujeres. La varianza no debería depender de otros factores.
- Estime los parámetros de ese modelo para la heteroscedasticidad. (Se tiene que estimar la ecuación *sleep* por MCO, primero, para obtener los residuos MCO.) ¿Es la varianza estimada de u mayor para los hombres o para las mujeres?
- ¿Difiere de manera estadísticamente significativa la varianza de u para hombres y para mujeres?