La Teoría del Consumidor

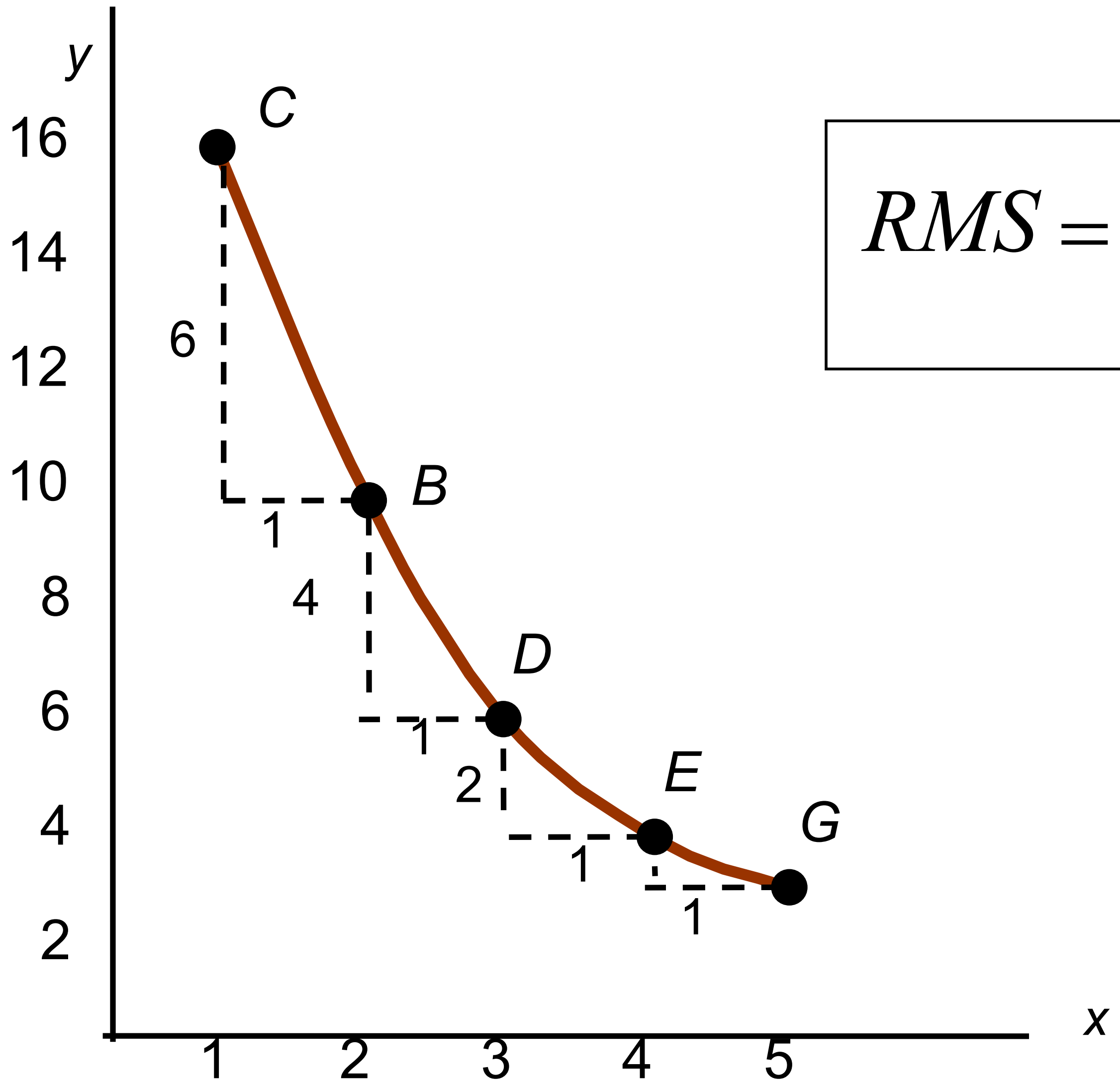
La Relación Marginal de Sustitución

La Relación Marginal de Sustitución

La relación marginal de sustitución (*RMS*) indica el valor que el consumidor atribuye a una unidad del bien x en unidades del bien *y*. Es decir, la RMS indica la máxima cantidad de bien *y* que un consumidor está dispuesto a ceder (pagar) para obtener una unidad adicional del bien *x*; alternativamente, la RMS se puede interpretar como la cantidad de bien y que hay que dar al consumidor para compensarle por la pérdida de una unidad del bien x.

La RMS es una función *RMS:* $\Re^2{}_+ \rightarrow \Re$. En general, el valor *RMS(x,y)* no es constante, sino que depende de la relativa escasez de cada bien en la cesta *(x,y).*

La Relación Marginal de Sustitución



$$RMS = {}^{-\Delta y}\!/_{\Delta x}$$

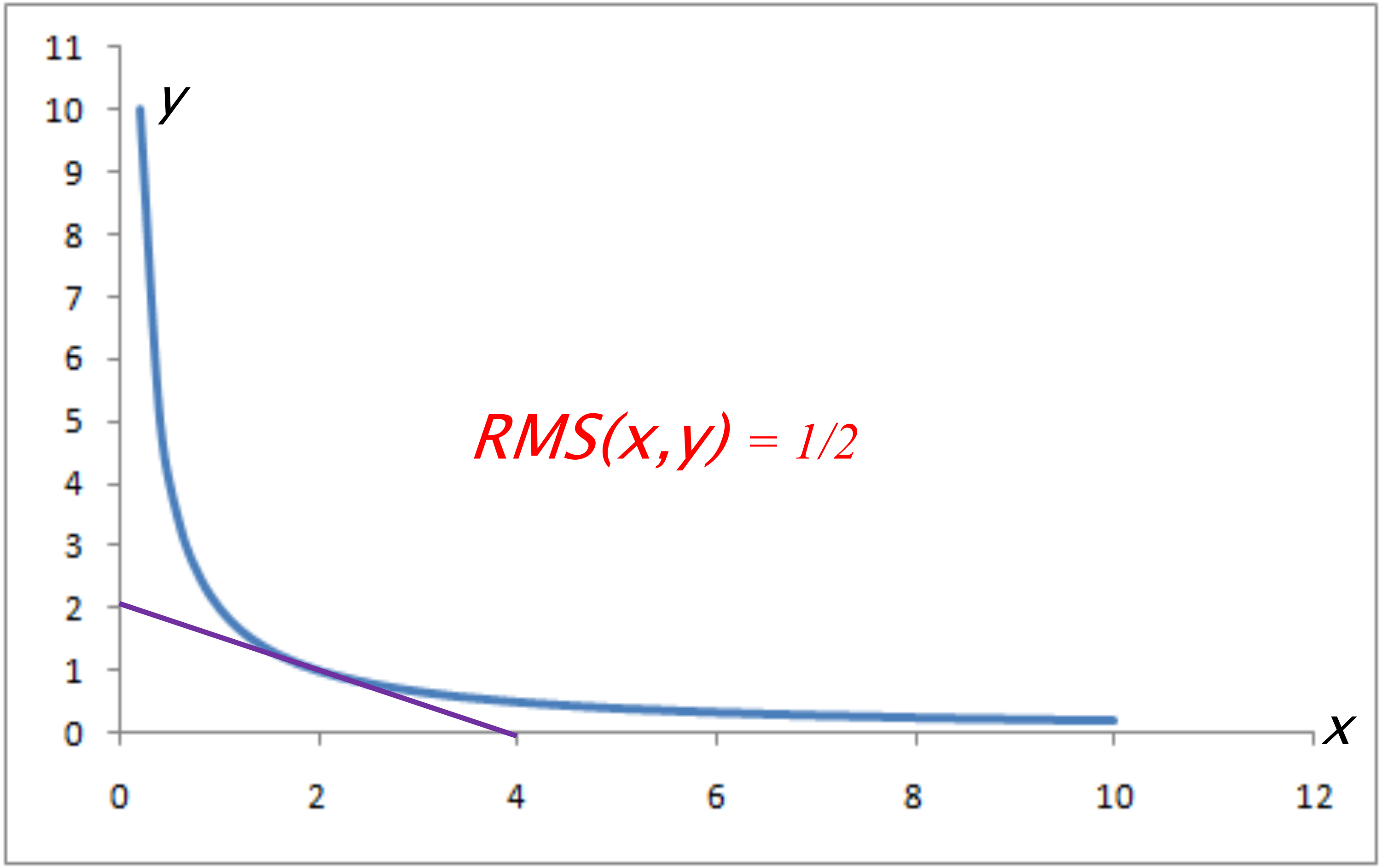
La Relación Marginal de Sustitución

Para dar mayor operatividad al concepto “RMS” y facilitar su cálculo, definimos la *RMS(x,y)* como la cantidad de bien *y* que hay que dar al consumidor para compensarle por renunciar a consumir una unidad *infinitesimal* de *x*, de manera que el consumidor mantenga el bienestar que tiene cuando consume la cesta *(x,y)*.

Es decir, la *RMS(x,y)* es el valor que el consumidor atribuye a una unidad infinitesimal del bien *x*, expresado en unidades del bien *y*, cuando su cesta de bienes es *(x,y)*.

La Relación Marginal de Sustitución

Con esta definición, la *RMS(x,y)* es la pendiente de la recta tangente a la curva de indiferencia en la cesta (x,y).



La Relación Marginal de Sustitución

1. $u(x,y) = xy$

Sea (x,y) una cesta de bienes y denotemos $xy = u^*$.

$$u^* = xy \rightarrow y = f(x) = u^*/x.$$

Por tanto,

$$f'(x) = -u^*/x^2.$$

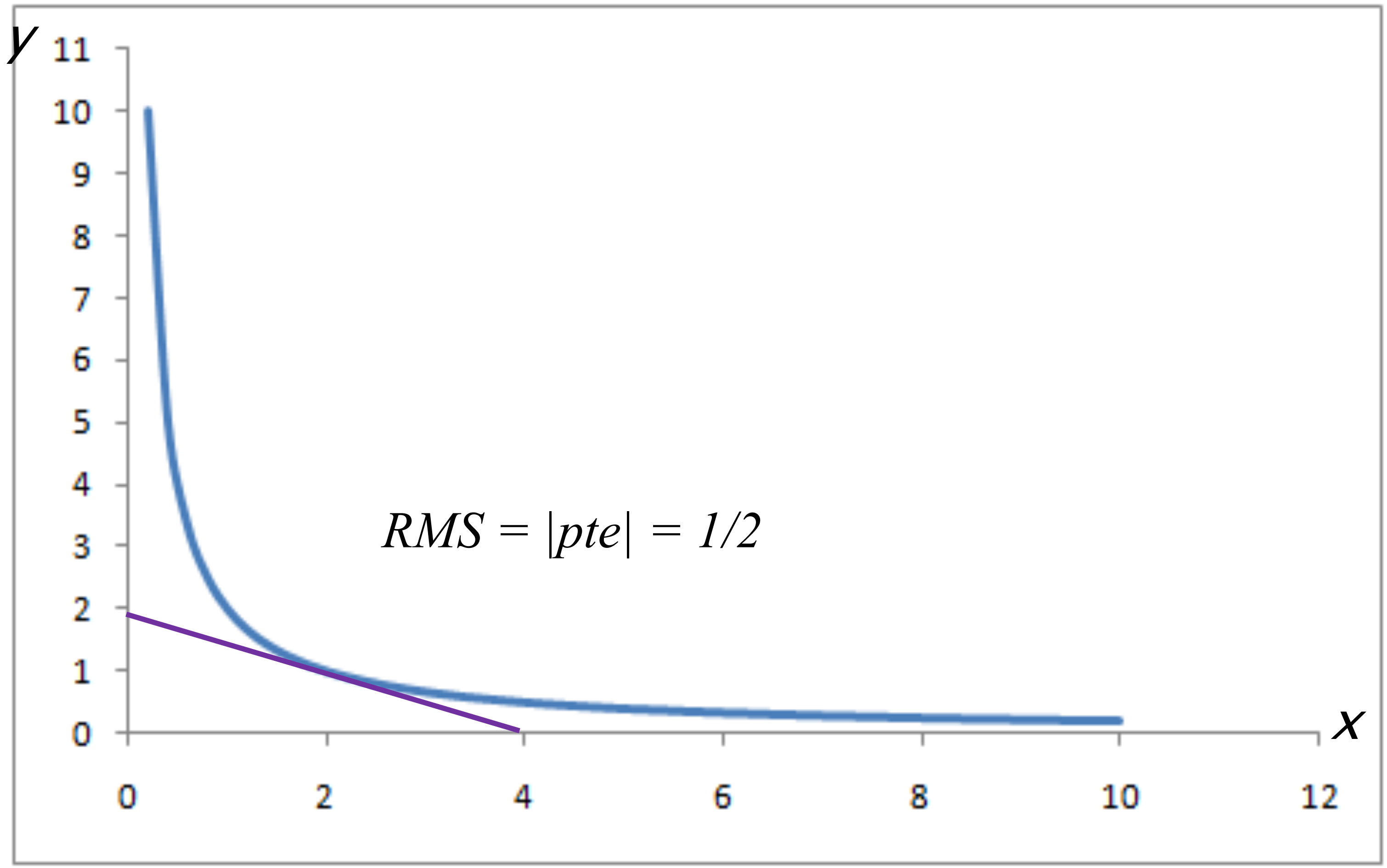
Sustituyendo $u^*=xy$ obtenemos

$$RMS(x,y) = |-xy/x^2| = y/x.$$

Si evaluamos la RMS en la cesta (2,1), tenemos

$$RMS(2,1) = 1/2.$$

La Relación Marginal de Sustitución



La Relación Marginal de Sustitución

2. $u(x,y) = 2x + y$

Sea (x,y) una cesta de bienes y denotemos $2x + y = u^*$.

$$u^* = 2x + y \rightarrow y = f(x) = u^* - 2x.$$

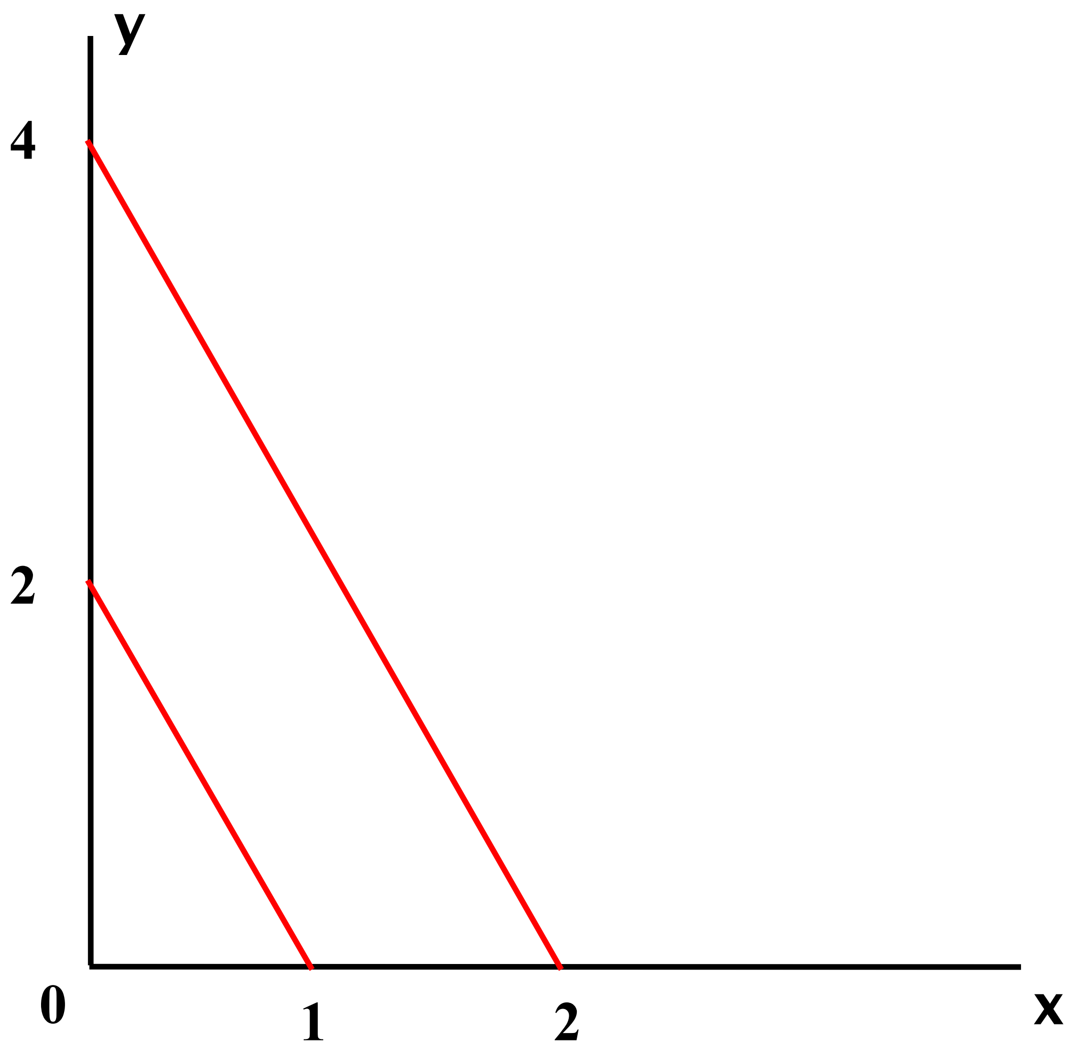
Por tanto,

$$RMS(x,y) = |f'(x)| = 2.$$

En este caso la RMS es una constante.

La Relación Marginal de Sustitución

3. Los bienes x e y son sustitutivos perfectos



La Relación Marginal de Sustitución

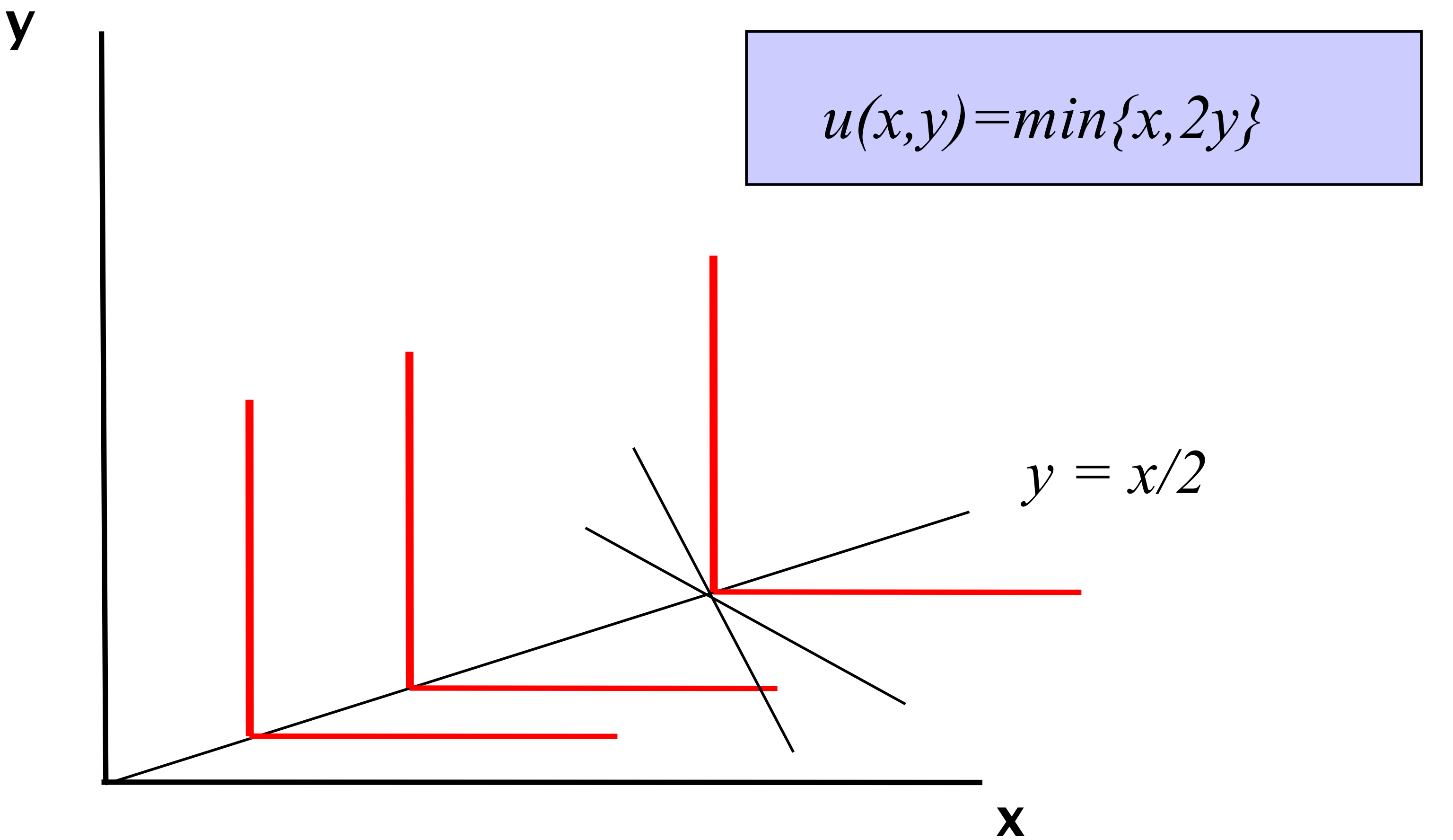
3. $u(x,y) = min\{x,2y\}$

La función de utilidad no es derivable en los puntos (x,y) tales que $x \leq 2y$. Para estos puntos la RMS no está definida.

En los puntos (x,y) tales que $x > 2y$, tenemos $RMS(x,y)=0$.

La Relación Marginal de Sustitución

3. *RMS(x,y)* no está indefinida si $y \geq x/2$ y *RMS(x,y) = 0 si* *$y < x/2$.*



La Relación Marginal de Sustitución

Podemos encontrar una fórmula para calcular la $RMS(x,y)$ sin necesidad de obtener la función $y = f(x)$ que define la curva de indiferencia.

Para calcular $RMS(x_0,y_0)$, partimos de la ecuación que define la curva de indiferencia que pasa por (x_0,y_0)

$$u(x,y) = u_0, \qquad (*)$$

con $u(x_0,y_0) = u_0$.

El Teorema de la Función Implícita establece condiciones que garantizan que esta ecuación define una función alrededor del punto (x_0,y_0), y nos dice que en estas condiciones la derivada de esta función se puede obtener diferenciando totalmente la ecuación.

La Relación Marginal de Sustitución

Si denotamos las derivadas parciales de $u(x,y)$ con respecto a x e y como u_x y u_y, derivando totalmente la ecuación (*) obtenemos

$$dx\, u_x + dy\, u_y = 0.$$

La derivada de la función que define la ecuación (*) es

$$|dy/dx| = |-u_x/u_y| = u_x/u_y$$

(Como u es no decreciente en x e y, tenemos $u_x \geq 0$, $u_y \geq 0$.)

Por tanto, podemos obtener la $RMS(x_0,y_0)$ evaluando esta expresión en (x_0,y_0):

$$RMS(x_0,y_0) = u_x(x_0,y_0)/u_y(x_0,y_0).$$

La Relación Marginal de Sustitución

Si aplicamos esta fórmula a los ejemplos 1 y 2 que hemos tratado, obtenemos:

1. $u(x,y)=xy$

$u_x = \partial u/\partial x = y$

$u_y = \partial u/\partial y = x$

$$RMS(x,y) = u_x/u_y = y/x.$$

2. $u(x,y)=2x+y$

$u_x = \partial u/\partial x = 2$

$u_y = \partial u/\partial y = 1$

$$RMS(x,y) = u_x/u_y = 2/1 = 2.$$

La Relación Marginal de Sustitución

La RMS define de manera completa las preferencias del consumidor:

- La RMS permite reproducir el mapa de curvas de indiferencia del consumidor.
- La RMS es invariante a transformaciones monótonas de la función de utilidad: Si $f: R \rightarrow R$ es tal que $f' > 0$, y las funciones de utilidad u y v satisfacen

$$v(x,y)=f(u(x,y)),$$

entonces

$$RMS_v(x,y) = v_x / v_y = f' u_x / f' u_y = u_x / u_y = RMS_u(x,y).$$