Nombre y Apellidos: ....

ID: ....

Grupo: ....

¿Ha realizado evaluación continua? ....

SOLUCIONES

EXAMEN de TÉCNICAS ECONOMÉTRICAS
(Junio 2014, Convocatoria extraordinaria)

Lea cuidadosamente cada pregunta. Responda muy claramente dentro del espacio asignado. A efectos de corrección **únicamente** se tendrá en cuenta lo respondido en este espacio. Observe que los valores numéricos están en formato ordenador. **El valor de cada pregunta se indica entre corchetes**.

Las notas del examen aparecerán en Aula Global. Cada profesor anunciará el lugar y hora vía Aula Global o en su página web. Cualquier cambio se anunciará con la antelación posible en dichas páginas.

Tiempo límite: 90 minutos. **Total de puntos:** 100.

BUENA SUERTE

Pregunta 1 [25 Puntos]

Considere el siguiente proceso

$$y_t = 0.5 + 0.8y_{t-1} + \varepsilon_t, \tag{1}$$

donde $\varepsilon_t \overset{iid}{\sim} N(0, \sigma_\varepsilon^2 = 4)$.

(a.) [**5 Puntos**] ¿Es el modelo (1) causal?

Solución: El polinomio característico de y_t es:

$$1 - \phi_1 \lambda = 0,$$

donde λ es la raíz del polinomio. Como $|\lambda| = |1/\phi_1| = 1.25 > 1$, el modelo es causal.

(b.) [**5 Puntos**] Escriba el modelo (1) en forma de media móvil.

Solución: La representación MA(∞) es:

$$\begin{aligned} y_t &= \frac{0.5}{1-0.8} + \frac{1}{1-0.8}\varepsilon_t \\ &= \frac{0.5}{1-0.8} + \sum_{j=0}^{\infty}(0.8)^j \varepsilon_{t-j} \\ &= 2.5 + \sum_{j=0}^{\infty}(0.8)^j \varepsilon_{t-j}. \end{aligned}$$

(c.) [**5 Puntos**] Calcule la media y la varianza de y_t

Solución: La media y la varianza de y_t son:

$$\mu(y_t) = \frac{0.5}{1-0.8} = 2.5.$$

$$Var(y_t) = \frac{\sigma_\varepsilon^2}{1-(0.8)^2} = \frac{4}{1-0.8^2} = 11.11.$$

(d.) [**5 Puntos**] Calcule las autocorrelaciones de y_t: ρ_k, para $k = 1, 2$.

Solución: Las autocorrelaciones de y_t para $k = 1$ y $k = 2$ son:

$$\rho_k = (0.8)^k = \left\{ \begin{array}{cc} 0.8 & k = 1 \\ (0.8)^2 = 0.64 & k = 2 \end{array} \right. .$$

(e.) [**5 Puntos**] Sabiendo que la media muestral de y_t sobre los ultimos 100 periodos es $\bar{y}_{100} = 3\%$, construya un intervalo de confianza del 95% para la media de y_t y diga si pueda ser negativa o positiva.

Solución: El intervalo de confianza del 95% para la media de y es:

$$\mu \in \bar{x}(y_t) \pm 1.96\sqrt{\frac{\psi^2(1)\sigma_\varepsilon^2}{n}},$$

donde

$$\psi^2(1) = \left(\frac{1}{1-0.8L}\right)^2\Bigg|_{L=1} = 25.$$

Entonces,

$$\mu \in 3\% \pm 1.96\sqrt{\frac{25 \cdot 4}{100}}$$
$$\mu \in [3\% \pm 1.96].$$

El intervalo de confianza del 95% de la media de y_t solo toma valores positivos.

Pregunta 2 [45 Puntos]

Q.2.1 Considere el siguiente modelo

$$y_t = 0.5 + y_{t-1} + \varepsilon_t,$$

donde $\varepsilon_t \sim Normal(0, \sigma^2 = 1)$.

(a.) [**5 Puntos**] ¿Es este proceso $\{y_t\}$ un proceso estacionario?

Solución: El proceso $\{y_t\}$ no es estacionario (en covarianzas) porque la raíz del polinomio AR está en el circulo unitario.

(b.) [**5 Puntos**] Sea $I_T = \{y_1, ..., y_T,\ \varepsilon_1, ..., \varepsilon_T\}$ el conjunto de información en T..Calcule la predicción de y_{T+h} con mínimo error cuadrático medio, $\hat{y}_{T+h|T}$ para cada $h > 0$. Para $y_T = 0.7$, calcule la predicción puntual de la variable y, 5 periodos adelante $\hat{y}_{T+5|T}$.

Solución: Substituyendo de forma recursiva, se obtiene

$$y_{T+h} = y_T + 0.5 * h + \sum_{i=1}^{h} \varepsilon_{T+i}.$$

Tal que,

$$\begin{aligned}
E_T\left[y_{T+h}\right] &= \hat{y}_{T+h|T} \equiv E\left[y_T + 0.5*h + \sum_{i=1}^{h} \varepsilon_{T+i} \middle| I_T\right] \\
&= y_T + 0.5*h + E\left[\sum_{i=1}^{h} \varepsilon_{T+i} \middle| I_T\right] \\
&= y_T + 0.5*h + \sum_{i=1}^{h} E\left[\varepsilon_{T+i}\right] \\
&= y_T + 0.5*h.
\end{aligned}$$

Entonces $\hat{y}_{T+5|T} = 0.7 + 0.5*5 = 3.2$.

(c.) [**5 Puntos**] Calcule el error de predicción e_{T+h} para y_{T+h}.

Solución:

$$\begin{aligned}
e_{T+h} &\equiv y_{T+h} - \hat{y}_{T+h|T} \\
&= y_T + 0.5*h + \sum_{i=1}^{h} \varepsilon_{T+i} - (y_T + 0.5*h) \\
&= \sum_{i=1}^{h} \varepsilon_{T+i}.
\end{aligned}$$

(d.) [**5 Puntos**] Calcule la varianza del error de predicción para y_{T+h}. ¿Cual es la varianza del error de predicción para y_{T+5}?

Solución:

$$Var\left(e_{T+h}\right) = Var\left(\sum_{i=1}^{h} \varepsilon_{T+i}\right) = h*\sigma^2.$$

Entonces, $Var\left(e_{T+h}\right) = 5$.

(e.) [**5 Puntos**] Calcule un intervalo de confianza del 95% para la predicción de y_{T+h}. Si $y_T = 0.7$, ¿cual es este intervalo para la prediccón de y_{T+5}?

Solución: Como los errores son normales, con un 95% de confianza la variable y_{T+h} estará en el intervalo

$$CI^{95\%}_{\hat{y}_{T+h|T}} = \left[y_T + 0.5*h - 1.96*\sigma*\sqrt{h},\ y_T + 0.5*h + 1.96*\sigma*\sqrt{h}\right].$$

En el caso concreto de y_{T+5} el intervalo de confianza de su predicción es:

$$CI^{95\%}_{\hat{y}_{T+5|T}} = \left[-1.182,\ 7.582\right].$$

(f.) [**5 Puntos**] ¿Aumenta el tamaño del intervalo de confianza de la predicción con el horizonte de predicción o hay un horizonte a partir del cual el tamaño se mantiene constante? Justifique su respuesta.

Solución: SI que aumenta con el horizonte de predicción y esto es debido a que la tendencia estocástica $\sum_{i=1}^{h} \varepsilon_{T+i}$, es cada vez menos predecible según aumenta h.

Q.2.2 Sea el siguiente modelo

$$(1-L)\left(1-L^4\right)y_t = (1-0.5L)\left(1-0.6L^4\right)u_t,$$

donde $\{u_t\}$ es un ruido blanco Gausiano con media cero y varianza uno. Se cuenta con la siguiente información:

$$(y_6, y_7, y_8, y_9, y_{10}) = (118.78, 118.73, 116.54, 118.62, 126.22)$$
$$(u_6, u_7, u_8, u_9, u_{10}) = (0.44, 0.56, 1.85, -0.82, -0.47)\,.$$

Usando el criterio de minimo error cuadratico medio calcule las siguientes predicciones en $T = 10$.

(a.) [**5 Puntos**] Calcule la predicción un periodo adelante $y_{10}(1)$ y la varianza del error asociado a dicha predicción.

Solución: $y_{10}(1) = 126.201$ y la varianza del error asociado a dicha predicción es igual a 1.

(b.) [**5 Puntos**] Calcule la predicción dos periodos adelante $y_{10}(2)$ y la varianza del error asociado de predicción.

Solución: $y_{10}(2) = 123.069$ y la varianza del error asociado a dicha predicción es igual a 1.25.

(c.) [**5 Puntos**] Calcule la predicción tres periodos adelante $y_{10}(3)$.

Solución: $y_{10}(3) = 126.196$.

Pregunta 3 [30 Puntos]

Considere el siguiente modelo:

$$y_t = \left(\frac{1.54 + 3.24L}{1 - 0.4L - 0.2L^2}\right)x_t + \epsilon_t,$$

donde $\epsilon_t \overset{iid}{\sim} N(0, \sigma_\epsilon^2)$ y x_t es una variable exogena.

(a.) [**5 Puntos**] Indique que tipo de modelo es. ¿Es el modelo estable?

Solución: ARDL(2,1). Las raices del polinomio AR son: $\lambda_1 = -3.4495, \lambda_2 = 1.4495$. Ambas son mayores que uno por lo que el modelo es estable.

(b.) [**5 Puntos**] Calcule el multiplicador de impacto o de corto plazo, m_0.

Solución: $m_0 = 1.5400$.

(c.) [**5 Puntos**] ¿Cual es el impacto sobre la variable endógena en t de una variación unitaria en la variable exógena en $t-2$.

Solución: $m_2 = 1.8504$.

(d.) [**5 Puntos**] Calcule el multiplicador total o de largo plazo, m_T.

Solución: $m_T = 11.9500$.

(e.) [**5 Puntos**] Calcule el retardo medio.

Solución: $r_{mean} = 2.6778$.

(f.) [**5 Puntos**] Calcule el retardo mediano.

Solución: $q = 2$.

BUENA SUERTE