Nombre: ______________________________
Grupo: ________
ID: ____________
¿Tiene nota continua? ________

Question	Points	Score
1	35	
2	30	
3	15	
4	20	
Total:	100	

SOLUCIONES BREVES
Tiempo disponible: 90 minutos

1. Sea el proceso

$$(1-0{,}2L)(1+0{,}5L)(1-0{,}6L)X_t = (1-0{,}6L)(1-0{,}7L)\varepsilon_t$$

donde $\varepsilon_t \sim WN(0,4)$.

(a) (5 points) ¿Es el proceso causal? ¿Por qué?

[**SOLUCIÓN:**] Sí es causal por que el valor absoluto las raíces del polinomio característico de la parte autorregresiva, ambas estan fuera del circulo unitario, i.e:

$$|L_1| = |\frac{1}{0{,}2}| > 1 \qquad |L_2| = |-\frac{1}{0{,}5}| > 1 \tag{1}$$

(b) (5 points) ¿Es el proceso invertible? ¿Por qué?

[**SOLUCIÓN:**]Sí por que el valor absoluto de la raiz del polinomio asociado a la media movil está fuera del circulo unitario, i.e:

$$|L_1| = |\frac{1}{0{,}7}| > 1 \tag{2}$$

(c) (5 points) ¿Cuál es el verdadero modelo que sigue X_t?

[**SOLUCIÓN:**] El modelo es un ARMA(2,1) con la siguiente representación:

$$X_t = -0{,}3X_{t-1} + 0{,}1X_{t-2} - 0{,}7\varepsilon_{t-1} + \varepsilon_t \tag{3}$$

(d) (20 points) Los dos últimos valores de la muestra son $X_{199} = 3$ y $X_{200} = 2{,}9$. Cuando estábamos en el período 199, la predicción para el período 200 era $X_{199}(1) = 3{,}1$. Calcule las predicciones para X_{201}, X_{202} y X_{203} tomandom como base el período 200. Calcule las varianzas de los errores de predicción correspondientes.

[**SOLUCIÓN:**] Usando la ecuacíon (3) podemos obtener las predicciones:

$$\mathbb{E}(X_{201}|I_{200}) = -0{,}7\varepsilon_{200} - 0{,}3X_{200} + 0{,}1X_{199} = -0{,}7(2{,}9-3{,}1) - 0{,}3(2{,}9) + 0{,}1(3) = -0{,}43 \tag{4}$$

$$\mathbb{E}(X_{202}|I_{200}) = -0{,}3\mathbb{E}(X_{201}|I_{200}) + 0{,}1X_{200} = -0{,}3(-0{,}43) + 0{,}1(2{,}9) = 0{,}419 \tag{5}$$

$$\mathbb{E}(X_{203}|I_{200}) = -0{,}3\mathbb{E}(X_{202}|I_{200}) + 0{,}1\mathbb{E}(X_{201}|I_{200}) = -0{,}3(0{,}419) + 0{,}1(-0{,}43) = -0{,}1687 \tag{6}$$

Las varianzas de los errores de prediccion se obtienen como $\mathbb{E}[(X_{t+j} - \mathbb{E}(X_{t+j}|I_t))^2]$.

$$\mathbb{E}[(X_{201} - \mathbb{E}(X_{201}|I_{200}))^2] = \mathbb{E}(\varepsilon_{201}^2) = 4 \tag{7}$$

$$\mathbb{E}[(X_{202} - \mathbb{E}(X_{202}|I_{200}))^2] = \mathbb{E}(\varepsilon_{201}^2) + \mathbb{E}(\varepsilon_{202}^2) = 8 \tag{8}$$

$$\mathbb{E}[(X_{203} - \mathbb{E}(X_{203}|I_{200}))^2] = 0{,}2^2\mathbb{E}(\varepsilon_{201}^2) + \mathbb{E}(\varepsilon_{202}^2) + \mathbb{E}(\varepsilon_{203}^2) = 8{,}16 \tag{9}$$

2. Tenemos el modelo

$$Y_t = 0{,}8Y_{t-1} + 0{,}7X_{t-1} + 0{,}2X_{t-2} + u_t$$

(a) (5 points) ¿Es causal (estable) el modelo? ¿Por qué?

[**SOLUCIÓN:**] Reescribimos el modelo con la siguiente forma:

$$(1-0{,}8L)Y_t = (0{,}7L + 0{,}2L^2)X_t + u_t \tag{10}$$

Sí es estable por que el valor absoluto del polinomio asociado a la parte autorregresiva está fuera del circulo unitario, i.e:

$$|L_1| = |\frac{1}{0{,}8}| > 1 \tag{11}$$

(b) (5 points) ¿Cuál es el efecto contemporáneo de una variación de X sobre la variable Y?

[**SOLUCIÓN:**]El efecto contemporaneo de X sobre Y es $m_0 = \frac{\partial Y_t}{\partial X_t} = \delta_0 = D(L)|_{L=0}$ donde $D(L) = \frac{0{,}7L+0{,}2L^2}{1-0{,}8L}$. En este caso $D(L)|_{L=0} = 0$.

(c) (5 points) ¿Cuál es el efecto total (acumulado) de una variación de X sobre la variable Y?

[**SOLUCIÓN:**] El efecto total de X sobre Y se obtiene como $m_t = D(L)|_{L=1}$. En este caso $D(1) = \frac{0{,}7+0{,}2}{1-0{,}8} = 4{,}5$

(d) (15 points) Calcula el retardo mediano.

[**SOLUCIÓN:**]Para obtener este resultado necesitamos representar Y solo en función de X y sus lags.

$$Y_t = 0{,}7X_{t-1} + 0{,}76X_{t-2} + 0{,}61X_{t-3} + 0{,}49X_{t-4} + \ldots\ldots. \tag{12}$$

El retardo mediano es $r_{mediano} = \{q|\frac{\sum_{i=0}^{q}\delta_i}{\sum_{i=0}^{\infty}\delta_i} \geq 0{,}5\}$. En este caso q=4.

3. (15 points) Hemos analizado varias regresiones dinámicas, como se ve en la Tabla 1. Los resultados de la aplicación de varios contrastes se encuentran en la Tabla 2.

	Dependent variable:			
	Y			
	(M1)	(M2)	(M3)	(M4)
X	$-69.880{,}020$		$-204.284{,}700$	
X(-1)	$-878.610{,}600^{***}$	$-900.377{,}600^{***}$		
X(-2)	82,490.600	79.655,340		
X(-3)	$-10.162{,}280$	$-17.662{,}750$		
X(-4)	$-11.943{,}400$	$-24.742{,}560$		
X(-5)	$401.402{,}300^{*}$	$404.108{,}900^{*}$		
X(-6)	$540.341{,}200^{**}$	$538.644{,}100^{**}$		
Y(-1)	$-0{,}580^{***}$	$-0{,}563^{***}$	$-0{,}474^{***}$	$-0{,}423^{***}$
Y(-2)	$-0{,}881^{***}$	$-0{,}877^{***}$	$-0{,}549^{***}$	$-0{,}519^{***}$
Y(-3)	$-0{,}648^{***}$	$-0{,}645^{***}$	$-0{,}366^{***}$	$-0{,}337^{***}$
Y(-4)	$-0{,}650^{***}$	$-0{,}653^{***}$	$-0{,}417^{***}$	$-0{,}409^{***}$
Y(-5)	$-0{,}474^{***}$	$-0{,}471^{***}$	$-0{,}390^{***}$	$-0{,}366^{***}$
Y(-6)	$-0{,}219^{*}$	$-0{,}222^{*}$	$-0{,}104$	$-0{,}100$
Constant	$-334{,}510$	$-491{,}412$	1.266,063	4,225
Note:			*p<0,1; **p<0,05; ***p<0,01	

Cuadro 1: Modelos para pregunta 3. En todos los casos la variable dependiente es Y_t. Y(-i) es Y_{t-i}, y X(-i) es X_{t-i}

Modelo no restringido	Modelo restringido	χ^2-stat	p-value
M1	M2	0,0307	0,861
M1	M3	25,002	0,0003411
M1	M4	30,206	8,706e-05
M2	M4	17,558	0,07437
M3	M4	0,6604	0,4164

Cuadro 2: Contrastes realizados en los modelos de la pregunta 3.

La variable dependiente es Y en todos los modelos, y las variables explicativas son retardos de las variables X e Y. ¿Qué podemos asegurar acerca de la causalidad de X sobre Y? ¿Por qué?

[**SOLUCIÓN:**] La no-causalidad en sentido de Granger (escribir definición) se contrasta contrastando el model M4 (hypotesis nula) versus el modelo M2 (hypotesis alternativa). Este contraste de significatividad global de los coeff que acompañan a la variable X retardada produce un $p - value < 0,10$. Por lo tanto la nula de no-causalidad en sentido de Granger, queda rechazada al 10 % pero no al 5 %.

4. Se han estimado 3 modelos para una variable determinada:

$$\Delta Y_t = \delta + \gamma t + bY_{t-1} + \theta_1 \Delta Y_{t-1} + \varepsilon_t \tag{13}$$
$$\Delta Y_t = \delta + bY_{t-1} + \theta_1 \Delta Y_{t-1} + \varepsilon_t \tag{14}$$
$$\Delta Y_t = bY_{t-1} + \theta_1 \Delta Y_{t-1} + \varepsilon_t \tag{15}$$

donde suponemos que $\varepsilon_t \sim WN$. Los resultados aparecen en la Tabla 3.

	Dependent variable:				
	ΔY_t				
	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
trend	−0,0004				−0,0001
	(0,0001)				(0,0003)
Y_{t-1}	−0,291	−0,100	−0,0001		
	(0,076)	(0,055)	(0,0004)		
ΔY_{t-1}	0,445	0,420	0,393		
	(0.119)	(0,121)	(0,122)		
ΔY_{t-2}		−0,279	−0,349		
		(0,126)	(0,122)		
Constant	1,354	0,460		−0,003	−0,003
	(0,355)	(0,254)		(0,001)	(0,001)

Cuadro 3: Resultados de pregunta 4. La variable dependiente es ΔY_t. Los valores entre parénteesis son los errores estándar.

- Los resultados de la primera ecuación son los de la primera columna de la Tabla, y el valor crítico del contraste ADF es -3,42.
- Los resultados de la segunda ecuación son los que aparecen en la segunda columna de la Tabla, y el valor crítico del contraste ADF es -2,87.
- Los resultados de la tercera ecuación son los que aparecen en la tercera columna de la Tabla, y el valor crítico del contraste ADF es -1,95.

A la vista de los resultados anteriores:

(a) (10 points) ¿Piensa que la serie tiene una raíz unitaria? ¿Por qué?

[**SOLUCIÓN:**] Al contener la variable Y una tendencia determinística (véase columna (4), bajo la hypótesis nula de raíz unitaria, la regresión correcta para obtener el estadístico del contraste de Dickey-Fuller es la regresión de la columna (1). Este estadístico es $t = \frac{-0{,}291}{0{,}076} = -3,83$ menor que el valor critico $(-3,42)$ y por lo tanto rechazamos la hipótesis nula de raíz unitaria.

(b) (10 points) ¿Por qué es importante determinar si la constante y la tendencia determinista tienen que incluirse en la regresión?

[**SOLUCIÓN:**] Es clave para saber que valores criticos del contraste de Dickey-Fuller (contraste de raíz unitaria) se pueden usar. Por ejemplo, si se decidir usar la regresión de la columna (2) y el modelo tuviera una tendencia, los valores criticos no serian invariantes a esa tendencia. Esto solo se consigue con la regresión de la columna (1).