PRACTICA I: Conceptos Básicos de las Series Temporales
(Fecha de Entrega: En la página Web)

Problema 1. Breve descripción del proyecto: Titulo, Variables a analizar, Graficos, Articulo a seguir, etc.

Problema 2. En una hoja tamaño folio presenta el gráfico de cuatro series económicas. En otra hoja presenta el gráfico de las tasas de crecimiento $((1-L)Log(X_t))$ de las mismas series.

Problema 3. Sea $x_t; t = 1, 2, ...$ un proceso estacionario y define $\gamma_h = Cov(x_t, x_{t+h})$ para $h \geq 0$. [Entonces, $\gamma_0 = Var(x_t)$.] Muestra que $Corr(x_t, x_{t+h}) = \gamma_h/\gamma_0$.

Problema 4. Suponga que la serie temporal y_t está generada por $y_t = z + e_t$, para todo $t = 1, 2, ...$, donde e_t es una secuencia $i.i.d$ con media cero y varianza σ_e^2. La variable aleatoria z no cambia en el tiempo; tiene media cero y varianza σ_z^2. Asuma que cada e_t está incorrelacionado con z.

- Encuentra el valor esperado y la varianza de y_t. Depende la respuesta de t?
- Encuentra la $Cov(y_t, y_{t+h})$ para cualquier t y h. Es y_t estacionaria debil (estacionaria en covarianza)?
- Usa las dos partes anteriores para mostrar que $Corr(y_t, y_{t+h}) = \sigma_z^2/(\sigma_z^2 + \sigma_e^2)$ para todo t y h.
- Crees que y_t satisface el requerimiento intuitivo de ser asintóticamente incorrelacionado?

Problema 5. Sea y_t; $t = 1, 2, ...$ un paseo aleatorio ($y_t = y_{t-1} + e_t$, donde e_t es ruido blanco), con $y_0 = 0$. Muestra que $Corr(y_t, y_{t+h}) = (t/(t+h))^{1/2}$ para $t \geq 1, h > 0$.

Problema 5. Sea X e Y dos variables aleatorias con $E(Y) = \mu$ y $E(Y)^2 < \infty$.

- Muestra que la constante c que minimiza $E(Y-c)^2$ es $c=\mu$.
- Deduce que la variable aleatoria $f(X)$ que minimiza $E[(Y-f(X))^2|X]$ es $f(X)=E[Y|X]$.
- Deduce que la variable aleatoria $f(X)$ que minimiza $E(Y-f(X))^2$ es tambien $f(X)=E[Y|X]$.

Problema 6. (Generalización del Problema 5.) Supongamos que $X_1, X_2, ...,$ es una secuencia de variables aleatorias con $E(X_t)^2 < \infty$ y $E(X_t = \mu$.

- Muestra que la variable aleatoria $f(X_1, ..., X_n)$ que minimiza $E[(X_{n+1} - f(X_1, ..., X_n))^2|X_1, ..., X_n]$ es $f(X_1, ..., X_n) = E(X_{n+1}|X_1, ..., X_n]$.
- Muestra que la variable aleatoria $f(X_1, ..., X_n)$ que minimiza $E[(X_{n+1} - f(X_1, ..., X_n))^2]$ es tambien $f(X_1, ..., X_n) = E(X_{n+1}|X_1, ..., X_n]$.
- Si $X_1, X_2, ...$ es *iid* con $E(X_i^2) < \infty$ y $E(X_i) = \mu$, donde μ es conocido, cual es el predictor de X_{n+1} en terminos de $X_1, ..., X_n$ que minimiza el error cuadrático medio?
- Bajo las condiciones del apartado anterior muestra que el estimador lineal óptimo de μ en terminos de $X_1, ..., X_n$ es $\overline{X} = (1/n)(X_1 + ... + X_n)$.
- Si $X_1, X_2, ...$ es *iid* con $E(X_i^2 < \infty$ y $E(X_i) = \mu$, y si $S_0 = 0$, $S_n = X_1 + ... + X_n$, $n = 1, 2, ...,$, cual es el predictor de S_{n+1} en terminos de $S_1, ..., S_n$ que minimiza el error cuadratico medio?