Nombre y Apellidos: ....

ID: ....

Grupo: ....

¿Ha realizado evaluación continua? ....

SOLUCIÓN EXAMEN de TÉCNICAS ECONOMÉTRICAS
(Junio 2012, Convocatoria extraordinaria)

Lea cuidadosamente cada pregunta. Responda muy claramente dentro del espacio asignado. A efectos de corrección **únicamente** se tendrá en cuenta lo respondido en este espacio. Observe que los valores numéricos están en formato ordenador. **El valor de cada pregunta se indica entre corchetes**.

Las notas del examen aparecerán en aula global dentro del plazo reglamentario. Cada profesor anunciará el lugar y hora de la revisión via Aula Global y/o en su pagina web. Cualquier cambio se anunciará con la antelación posible en dichas páginas.

Tiempo límite: 90 minutos. **Total de puntos:** 100.

BUENA SUERTE

Pregunta 1 [32 puntos]

Los rendimientos trimestrales de las acciones del banco español "Pilla el Dinero y Corre" (PDC) se modelizan via el siguiente modelo

$$y_t = 1.2 - 0.5y_{t-1} + 0.45y_{t-2} + u_t$$

con $\{u_t\}$ ruido blanco de media 0 y varianza 4.

a) [8 puntos] Determina si el modelo es causal.

Solución El polinomio autoregresivo del proceso y_t es

$$\Phi_2(L) = 1 + 0.5L - 0.45L^2$$

cuyas raíces son

$$r_1 = -1.035, \qquad r_2 = 2.1464.$$

Al ser ambas raíces mayores a 1 en módulo, el proceso es causal.

b) [8 puntos] Escribe el proceso y_t en la forma MA(∞) incluyendo todos sus términos hasta el retardo u_{t-2}.

Solución Partimos de la expresión

$$y_t = \frac{1.2}{1 + 0.5 - 0.45} + \frac{1}{1 + 0.5L - 0.45L^2} u_t.$$

Desarrollando el segundo término, tenemos que

$$\frac{1}{1 + 0.5L - 0.45L^2} = 1 - 0.5L + 0.7L^2 + \ldots$$

Con ello, podemos escribir la representación MA(∞) para y_t incluyendo todos sus términos hasta el retardo u_{t-2} como

$$y_t = 1.1428 + u_t - 0.5u_{t-1} + 0.7u_{t-2}.$$

c) [8 puntos] Calcula la media y la varianza de y_t.

Solución La media es

$$E(y_t) = \frac{1.2}{1 + 0.5 - 0.45} = 1.1428.$$

Para calcular la varianza, partimos de saber que $Var(u_t) = 4$ y $\rho(1) = \frac{\phi_1}{1-\phi_2} = \frac{-0.5}{1-0.45} = -0.9091$. Entonces

$$Var(y_t) = \frac{Var(u_t)}{1 - 0.5^2 - 0.45^2 - 2(-0.5)(0.45)\rho(1)} = \frac{4}{1 - 0.5^2 - 0.45^2 - 2(0.5)(0.45)(0.9091)} = 28.907.$$

d) [8 puntos] Calcula la autocorrelación de primer y segundo orden de y_t.

Solución

$$\rho(1) = \frac{-0.5}{1 - 0.45} = -0.9091,$$

$$\rho(2) = -0.5\rho(1) + 0.45\rho(0)$$

con $\rho(0) = 1$. Por lo que $\rho(2) = 0.9045$.

Pregunta 2 [36puntos]

Los analistas financieros de una de las auditoras más importantes "NO me entero de NADA MIENTRAS me PAGUEN" (NNMP) consideran que los beneficios, y_t, del banco español "AQUI quien NO ROBA VUELA" (ANRV) siguen el modelo paseo aleatorio con constante o "deriva":

$$y_t = c + y_{t-1} + \varepsilon_t,$$

donde $\varepsilon_t \sim iid\ Normal(0, \sigma^2)$. Definamos el conjunto de información I_T en T por:

$$I_T = \{y_0, \varepsilon_1, ..., \varepsilon_T\}.$$

a) [6 puntos] Calcular la $E(y_t), V(y_t)$ y la $E(y_t y_s)$ con $t > s$ y responder si los beneficios son estacionarios en sentido débil (o de segundo orden o en covarianzas).

Solución Substituyendo recursivamente,

$$y_t = y_0 + c * t + \sum_{i=1}^{t} \varepsilon_i.$$

Asumiendo que $y_0 = 0$ entonces, $E(y_t) = tc$, $V(y_t) = t\sigma^2$ y $E(y_t y_s) = s\sigma^2$. La no constancia de los dos primeros momentos y el hecho de que $E(y_t y_s)$ dependa de s hace que y_t no sea estacionario débil.

b) [6 puntos] Calcula la predicción puntual $\hat{y}_{T+h|T}$ que minimiza el error cuadrático medio para cada $h > 0$.

Solución Substituyendo recursivamente,

$$y_{T+h} = y_T + c * h + \sum_{i=1}^{h} \varepsilon_{T+i}.$$

Entonces,

$$\begin{aligned}
E_T[y_{T+h}] &= \hat{y}_{T+h|T} \equiv E\left[y_T + c * h + \sum_{i=1}^{h} \varepsilon_{T+i} \middle| I_T \right] \\
&= y_T + c * h + E\left[\sum_{i=1}^{h} \varepsilon_{T+i} \middle| I_T \right] \\
&= y_T + c * h + \sum_{i=1}^{h} E[\varepsilon_{T+i}] \\
&= y_T + c * h.
\end{aligned}$$

c) [6 puntos] Calcula el error de predicción e_{T+h} para y_{T+h}.

Solución

$$\begin{aligned} e_{T+h} &\equiv y_{T+h} - \hat{y}_{T+h|T} \\ &= y_T + c * h + \sum_{i=1}^{h} \varepsilon_{T+i} - (y_T + c * h) \\ &= \sum_{i=1}^{h} \varepsilon_{T+i}. \end{aligned}$$

d) [6 puntos] Calcula la varianza del error de predicción e_{T+h} para y_{T+h}.

Solución

$$Var\left(e_{T+h}\right) = Var\left(\sum_{i=1}^{h} \varepsilon_{T+i}\right) = h * \sigma^2.$$

e) [6 puntos] Construye un intervalo de prediccion al 95% de y_{T+h}.

Solución

$$\left[y_T + c * h - 1.96 * \sigma * \sqrt{h}, y_T + c * h + 1.96 * \sigma * \sqrt{h}\right].$$

f) [6 puntos] Suponga que $c = 0$. ¿Qué le ocurre al intervalo del apartado (e) según aumenta el horizonte de predicción?

Solución Su tamaño aumenta con h. Los beneficios del banco se hacen mas inciertos según aumenta el horizonte de predicción.

Pregunta 3 [32 Puntos]

Los investigadores de la Universidad Carlos III están trabajando en el siguiente modelo dinámico trimestral para analizar los dividendos del banco "DEBO, DEBO hasta que me INTERVENGAN" (DDI) en función X_t= volumen de depósitos y Z_t=prima de riesgo

$$Y_t = 0.2Y_{t-2} + \beta_0 X_t + \gamma_1 Z_{t-1} + u_t,$$

con u_t ruido blanco de media 0 y varianza σ^2.

a) [8 puntos] Escriba el modelo con el operador de retardos. ¿Es el modelo estable?

Solución $(1-0.2L^2)Y_t = \beta_0 X_t + (\gamma_1 L)Z_t + u_t \Longrightarrow C(L)Y_t = B_x.(L)X_t + B_z(L)Z_t + u_t$. El modelo es estable ya que ambas raíces de la ecuación característica del polinomio $C(L)$, $(1-0.2r^2=0)$ están fuera del circulo unidad $(|\pm\sqrt{5}|>1)$.

b) [8 puntos] ¿Cuál es el multiplicador de impacto de la variable Z_t y cuáles son los multiplicadores de los retardos 1, 2, 3, 4 y 5 de esta variable $(m_{0z}, m_{1z}, ...)$?

Solución Definamos $D_z(L) = B_z(L)/C(L)$.Entonces $D_z(L) = (1+0.2L^2+0.2^2L^4+0.2^3L^6+...)(\gamma_1 L) = \gamma_1 L + 0.2\gamma_1 L^3 + 0.2^2\gamma_1 L^5 + ...$Consecuentemente los multiplicadores requeridos son: $m_{0z}=0$, $m_{1z}=\gamma_1$, $m_{2z}=0$, $m_{3z}=0.2\gamma_1$, $m_{4z}=0$ y $m_{5z}=0.2^2\gamma_1$.

c) [8 puntos] ¿Cuál es el multiplicador total de la variable Z_t?

Solución $m_{Tz} = D_z(1) = B_z(1)/C(1) = \gamma_1/(0.8) = 1.25\gamma_1$.

a) [8 puntos] ¿Después de cuántos trimestres se incorpora o realiza el 60% del multiplicador total de la variable Z_t?

Solución

$$\frac{m_{0z}}{m_{Tz}} = 0 < 0.6$$
$$\frac{m_{1z}}{m_T z} = \frac{\gamma_1}{1.25\gamma_1} = 0.8 > 0.6.$$

Después de un trimestre se ha incorporado más del 60% del multiplicador total de la prima de riesgo.

FIN