Nombre y Apellidos: ....

ID: ....

Grupo: ....

EXAMEN ECONOMETRÍA II (Septiembre 2008)

Lea cuidadosamente cada pregunta. Responda muy claramente dentro del espacio asignado. Observe que los valores numéricos están en formato ordenador. **El valor de cada pregunta se indica entre corchetes**.

Las notas del examen aparecerán en aula global el día 12. El día y lugar de la revisión será anunciado por cada profesor en su pagina web. Cualquier cambio se anunciará con la antelación posible en dichas páginas.

Tiempo límite: 90 minutos. **Total de puntos:** 100.

BUENA SUERTE

Solución

Pregunta 1 [30 puntos]

En el país de **VAMOSqueNOSVAMOS** se piensa que el mecanismo generador de la variable trimestral $\{Z_t\} = 100Log(PIB_t/PIB_{t-1})$ viene representado por el siguiente modelo:

$$Z_t = -2.5 + 0.7Z_{t-1} + u_t, \tag{1}$$

donde $\{u_t\}$ es un Ruido Blanco (RB) con media cero y varianza 9.

a. Reescriba el modelo (1) en forma de Media Movil. ¿Es el modelo (1) causal? [**5**]

Media Movil: $Z_t = \dfrac{-2.5}{1-0.7} + \dfrac{u_t}{1-0.7L}$

$$\boxed{= -8.33 + \sum_{j=0}^{\infty} (0.7)^j u_{t-j}}$$

El modelo (1) es causal porque $|0.7| < 1$.

b. Calcule la media y la varianza de Z_t. [**5**]

$\mu = E[Z_t] = \dfrac{-2.5}{1-.7} = \underline{-8.33}$

$\sigma_Z^2 = V(Z_t) = \dfrac{V(u_t)}{1-(.7)^2} = \dfrac{9}{1-(.7)^2} = \underline{17,65}$

c. Compute las dos primeras autocorrelaciones de Z_t. [**5**]

$\rho_k = Corr(Z_t, Z_{t-k}) = \dfrac{\gamma_k}{\gamma_0}$, donde

$\gamma_k = Cov(Z_t, Z_{t-k})$.

Entonces $\rho_k = (0.7)^k$: $\begin{cases} \underline{\rho_1 = 0.7} \\ \underline{\rho_2 = 0.49} \end{cases}$

d. Suponga que $Z_T = -10$. Compute $\widehat{Z}_{T+1} = E[Z_{T+1}|Z_T, Z_{T-1}, Z_{T-2}, ...]$. **[5]**

$$Z_{T+1} = -2.5 + 0.7\, Z_T + u_{T+1}$$

$$\hat{Z}_{T+1} = E[Z_{T+1} | Z_T, Z_{T-1} \ldots] = -2.5 + 0.7(-10)$$
$$= \underline{-9.5}$$

e. La media muestral de Z_t durante los últimos 100 trimestres es $\overline{Z}_{100} = -5\%$. Construya un intervalo aproximado de confianza al 95% para el valor medio de Z_t, asumiendo que u_t es i.i.d. con media cero y varianza 9. Los optimistas de este país creen que la situación está mejorando y que el país debería cambiar su nombre a **VAMOSqueNOSQUEDAMOS.** En base al intervalo de confianza anterior ¿cree que hay razón para el optimismo? **[5]**

El TCL dice que si $Z_t = \Psi(L) u_t$, con $u_t \sim iid(0, \sigma_u^2)$, entonces

$$\sqrt{T}(\bar{Z}_T - \mu) \overset{d}{\sim} N(0, \Psi^2(1)\sigma_u^2)$$

En nuestro caso $\Psi(L) = \frac{1}{1-.7L}$, por lo tanto $\Psi^2(1) = \left(\frac{1}{1-.7}\right)^2 = 11.\overline{11}$ y $\sigma_u^2 = 9$.

Entonces el intervalo de confianza será

$$IC_\mu^{95\%} = \left[\bar{Z}_{100} \pm 1.96 \underbrace{\sqrt{\frac{99.99}{100}}}_{\simeq \underline{\underline{1}}}\right]$$

$$= [-5 \pm 1,96]$$

NINGUNA, pues el intervalo de confianza no contiene ningún valor positivo.

f. Los optimistas del país dicen que no hay que preocuparse mucho ya que todos los shocks tienen un efecto sólo transitorio en Z_t, mientras los pesimistas dicen que los shocks tienen un efecto permanente en los **niveles** del log del PIB ¿Quién tiene razón? [**Ayuda:** *Considerando la representación Media Móvil del apartado (a), calcule* Z_{t+h} *y* $\frac{\partial Z_{t+h}}{\partial u_t}$. *Un shock es transitorio si* $\lim_{h\to\infty} \frac{\partial Z_{t+h}}{\partial u_t} = 0$ *y si* $\lim_{h\to\infty} \frac{\partial Z_{t+h}}{\partial u_t} \neq 0$ *el shock es permanente*]. [**5**]

Ambos tienen razón.

Sea $Z_t = \Psi(L)\, u_t$. El efecto de un shock sobre Z_t se mide por

$$\lim_{h\to\infty} \frac{\partial Z_{t+h}}{\partial u_t} = \lim_{h\to\infty} \Psi_h$$

En nuestro caso $\Psi_h = (0.7)^h$, por lo que $\lim_{h\to\infty} (0.7)^h = 0$ y los shocks tendrán un efecto TRANSITORIO en $Z_t = (1-L)\log PIB_t$.

Si denominamos $Y_t = \log PIB_t$, entonces

$$Y_t = (1-L)^{-1}\Psi(L)\, u_t = \left[\frac{\Psi(1)}{1-L} + \frac{1-\cancel{L}}{1-\cancel{L}}\tilde{\Psi}(L)\right] u_t$$

y el $\lim_{h\to\infty} \frac{\partial Y_{t+h}}{\partial u_t} = \Psi(1)$.

En nuestro caso $\Psi(1) = 11.\overline{1} \neq 0$ por lo que los shocks tienen un efecto permanente en Y_t.

Pregunta 2 [30 puntos]

Los macroeconomistas de la prestigiosa universidad **CarlosIII-Harvard0** han observado que los tipos de interés varian cada vez que hay un salto en los precios del petróleo. Para analizar esta relación en detalle consideran las variables R_t que representa los tipos de interés de los bonos del Tesoro a tres meses (puntos porcentuales, tasa anual) y $S_t = \max[0,$ (la diferencia porcentual entre los precios del petróleo en tiempo t y su máximo valor durante el pasado año)]. El modelo final de retardos distribuidos que estiman relacionando los incrementos de R_t y la variable S_t durante el periodo 1960:I-2005:IV con datos trimestrales es:

$$\begin{aligned}\widehat{\Delta R_t} = & \underset{(0.06)}{0.07} + \underset{(0.045)}{0.062} S_t + \underset{(0.034)}{0.048} S_{t-1} - \underset{(0.028)}{0.014} S_{t-2} - \underset{(0.169)}{0.086} S_{t-3} - \underset{(0.058)}{0.000} S_{t-4} \\ & + \underset{(0.065)}{0.023} S_{t-5} - \underset{(0.047)}{0.010} S_{t-6} - \underset{(0.038)}{0.100} S_{t-7} - \underset{(0.025)}{0.014} S_{t-8},\end{aligned}$$

donde los errores standard aparecen entre paréntesis.

a. Calcular el multiplicador de impacto y el multiplicador total. **[10]**

$m_0 = 0.062$

$$\begin{aligned} m_T = & \ 0.062 + 0.048 - 0.014 - 0.086 \\ & + 0.023 - 0.010 - 0.100 - 0.014 \\ & = \boxed{-0.091} \end{aligned}$$

b. Suponga que el precio del petróleo sube un 25% sobre su último máximo y permanece a ese nivel más alto (es decir $S_t = 25$, $S_{t+1} = S_{t+2} = \ldots = 0$). ¿Cuál es el efecto predicho sobre el incremento de los tipos de interés para cada trimestre durante los siguientes dos años (presente los resultados en una tabla)? [**10**]

Periodo hacia adelante	Multiplicador Trimestral	Efecto Predicho sobre el ΔR_t
0	0.062	1.55
1	0.048	1.2
2	-0.014	-0.35
3	-0.086	-2.15
⋮	⋮	⋮
8	-0.014	-0.35

c. ¿Cuál es el efecto de este cambio en los precios del petróleo sobre el **nivel** de los tipos de interés en el periodo $t + 8$? ¿Qué relación existe entre su respuesta anterior y el multiplicador acumulado (o cambio predicho acumulado) durante estos nueve trimestres sobre ΔR? [**10**]

Son lo mismo y es igual a

$25 \cdot m_T = 25(-0.091) = \underline{\underline{-2.275}}$

La razón es

$R_{T-1} + \Delta R_T + \Delta R_{T+1} + \cdots + \Delta R_{T+8} = \underline{\underline{R_{T+8}}}$.

Pregunta 3 [40 puntos]

Los Económetras de la prestigiosa universidad **CarlosIII-Harvard0** están estudiando como introducir expectativas en los modelos econométricos. Un modelo simple es el siguiente

$$y_t = \alpha_0 + \alpha_1 x_t^* + u_t, \tag{2}$$

con x_t^* el valor esperado de x_t, donde la esperanza es condicional a la información observada hasta el tiempo $t-1. = t-1$. Un supuesto natural sobre u_t es que $E[u_t|I_{t-1}] = 0$, con I_{t-1} representando toda la informacion sobre las variables (y, x) en $t-1$; ésto implica que $E[y_t|I_{t-1}] = \alpha_0 + \alpha_1 x_t^*$. Para completar este modelo hace falta asumir cómo se forman las expectativas x_t^*. Estos econométras piensan que una forma interesante es la siguiente

$$x_t^* - x_{t-1}^* = \lambda(x_{t-1} - x_{t-1}^*), \tag{3}$$

donde $0 < \lambda < 1$. Esta ecuación implica que el cambio en las expectativas reacciona al hecho de si el valor realizado en el último periodo está por encima o por debajo de sus expectativas. El supuesto de que $0 < \lambda < 1$ implica que el cambio en las expectativas es una fracción del "error" en el último periodo.

a. Muestra que las dos ecuaciones anteriores implican

$$y_t = \lambda\alpha_0 + (1-\lambda)y_{t-1} + \lambda\alpha_1 x_{t-1} + u_t - (1-\lambda)u_{t-1}.. \tag{4}$$

[**Ayuda**: *Retrasa un periodo (2), multiplicalo por* $(1-\lambda)$, *y réstalo de (2). Luego usa (3)*] **[10]**

$$y_{t-1} = \alpha_0 + \alpha_1 x_{t-1}^* + u_{t-1}$$

$$(1-\lambda) y_{t-1} = (1-\lambda)\alpha_0 + (1-\lambda)\alpha_1 x_{t-1}^* + (1-\lambda) u_{t-1}$$

Restando de (2)

$$y_t - (1-\lambda) y_{t-1} = \alpha_0 - (1-\lambda)\alpha_0 + \alpha_1 x_t^* - (1-\lambda)\alpha_1 x_{t-1}^* + u_t - (1-\lambda) u_{t-1}$$

Operando se consigue

$$\boxed{y_t = \lambda \alpha_0 + (1-\lambda) y_{t-1} + \alpha_1 \lambda x_{t-1} + V_t}$$

donde $V_t = u_t - (1-\lambda)u_{t-1}$.

b. El supuesto $E[u_t|I_{t-1}] = 0$, implica que los errores u_t están incorrelacionado serialmente. ¿Qué implica este supuesto sobre los nuevos errores $v_t = u_t - (1-\lambda)u_{t-1}$? **[10]**

$Cov(v_t v_{t-1}) = -(1-\lambda)\sigma_u^2$

$Cov(v_t v_{t-j}) = 0 \quad \forall j \geq 2$

Por lo tanto $v_t \sim MA(1)$

c. Si escribimos el modelo (4) del apartado (a) como

$$y_t = \beta_0 + \beta_1 y_{t-1} + \beta_2 x_{t-1} + v_t, \tag{5}$$

¿explique cómo estimaría de forma consistente los parámetros β_j?**[10]**

Estamos en el caso de un modelo con variable retardada dependiente (y_{t-1}) y errores correlados. En esta situación MCO es inconsistente, ya que y_{t-1} está correlacionada con v_t. Para resolver este problema se pueden usar variables instrumentales, en concreto un instrumento óptimo para y_{t-1} sería x_{t-2}. x_{t-2} está correlacionado con y_{t-1}; pero NO está correlacionado con v_t.

d. Dado los estimadores consistentes de los parámetros β_j ¿cómo estimaría consistentemente $\lambda, \alpha_0, \alpha_1$? **[10]**

$$y_t = \lambda\alpha_0 + (1-\lambda)y_{t-1} + \lambda\alpha_1 X_{t-1} + V_t$$

&

$$y_t = \beta_0 + \beta_1 y_{t-1} + \beta_2 X_{t-1} + V_t$$

Entonces:

$$\hat{\beta}_0 = \hat{\lambda}\hat{\alpha}_0 \dashrightarrow \boxed{\hat{\alpha}_0 = \frac{\hat{\beta}_0}{1-\hat{\beta}_1}}$$

$$\hat{\beta}_1 = (1-\hat{\lambda}) \dashrightarrow \boxed{\hat{\lambda} = 1-\hat{\beta}_1}$$

$$\hat{\beta}_2 = \hat{\lambda}\hat{\alpha}_1 \dashrightarrow \hat{\alpha}_1 = \frac{\hat{\beta}_2}{1-\hat{\beta}_1}$$

Estos estimadores son consistentes por un teorema (slutsky) de Econometría I.

FIN