Nombre y Apellidos:.......................................................................................

ID: .................................

Grupo: ...................

**EXAMEN ECONOMETRIA II (4 de Septiembre de 2007)**

**Lea cuidadosamente cada pregunta**. Responda muy claramente dentro del espacio asignado.
**El valor de cada pregunta se indica entre corchetes**.

**Las notas finales aparecerán en aula global el día lunes 10**. La revisión se realizará el siguiente lunes día 17 a las 19:00 en alguna de las aulas del edificio 15. Las soluciones de este examen se colgarán en la página web de los profesores. Cualquier cambio se anunciará con la antelación posible en la página web de los profesores.
**Tiempo límite:** 90 minutos.
**Total de puntos**: 100. **BUENA SUERTE**

**Pregunta 1** [30 puntos]
Considere los siguientes modelos ARMA, donde $Z_t$ es un ruido blanco:

1. $X_t + 0,2X_{t-1} - 0,48X_{t-2} = Z_t$.
2. $X_t + 0,6X_{t-1} = Z_t + 1,2Z_{t-1}$.
3. $X_t - 1,8X_{t-1} + 0,8X_{t-2} = Z_t$.
4. $X_t + 1,6X_{t-1} = Z_t - 0,4Z_{t-1} + 0,04Z_{t-2}$.

(a) Indique modelos que son estacionarios y los que no lo son. Muy brevemente explique la respuesta.

**Solución:** Los modelos ARMA $\phi(L)X_t = \theta(L)Z_t$ son estacionarios si y solo si $\phi(z) \neq 0$ para cada $\mid z \mid \leq 1$.
Modelo 1: El polinomio $\phi(z) = 1 + 0,2z - 0,48z^2 = 0$ tiene como raices $z_1 = 5/3$ y $z_2 = -5/4$. Por lo tanto este modelo es estacionario.
Modelo 2: El polinomio $\phi(z) = 1 + 0,6z = 0$ tiene como raiz $z_1 = -5/3$. Por lo tanto este modelo es estacionario.
Modelo 3: El polinomio $\phi(z) = 1 - 1,8z + 0,8z^2 = 0$ tiene como raices $z_1 = 1$ y $z_2 = 1,25$. Por lo tanto este modelo no es estacionario.
Modelo 4: El polinomio $\phi(z) = 1 + 1,6z = 0$ tiene como raiz $z_1 = -5/8$. Por lo tanto no es estacionario.

(b) Indique cual de estos modelos son invertibles y cuales no lo son.

**Solución:** Los modelos ARMA $\phi(L)X_t = \theta(L)Z_t$ son invertibles si y solo si $\theta(z) \neq 0$ para cada $\mid z \mid \leq 1$.
Modelo 1: El polinomio $\theta(z) = 1$. Por lo tanto este modelo es invertible.
Modelo 2: El polinomio $\theta(z) = 1 + 1,2z = 0$ tiene como raiz $z_1 = -5/6$. Por lo tanto este modelo no es invertible.
Modelo 3: El polinomio $\theta(z) = 1$. Por lo tanto este modelo es invertible.
Modelo 4: El polinomio $\theta(z) = 1 - 0,4z - 0,04z^2 = 0$ tiene como raices $z_1 = z_2 = 5$. Por lo tanto este modelo es invertible.

(c) De los modelos no estacionarios para $X_t$, indique si hay alguno que sea estacionario para la variable $Y_t = X_t - X_{t-1}$.

**Solución:** El polinomio del Modelo 3, se puede factorizar en $(1-(1/1,25)L)(1-L)$ y por lo tanto el polinomio autoregresivo para la variable transformada $Y_t = X_t - X_{t-1}$, pasaria a ser $\phi(z) = 1 - (1/1,25)z$. Este polinomio tiene una raiz $z_1 = 1,25$, por lo que el modelo para $Y_t$ es estacionario.

**Pregunta 2** [40 puntos]
Considere el modelo

$$Y_t = 0{,}5LY_t + (2L + L^2)X_t + \epsilon_t, \tag{1}$$

donde $\{\epsilon_t\}$ es un proceso ruido blanco.

(a) Escriba el modelo sin el operador de retardos. Clasifiquelo. Es el modelo estable?

**Solución:** $Y_t = 0{,}5Y_{t-1} + 2X_{t-1} + X_{t-2} + \epsilon_t$. Este modelo es un modelo ARDL(1,2). Podemos escribirlo como: $C(L)Y_t = B(L)X_t + \epsilon_t$, con $C(L) = 1 - 0{,}5L$ y $B(L) = 2L + L^2$. El modelo es estable, ya que la única raiz de la ecuación caracteristica del polinomio C(L) está fuera del circulo unidad ($|2| > 1$).

(b) Compute tanto el multiplicador impacto como el multiplicador total y de una muy breve interpretación económica de este último.

**Solución:** El multiplicador impacto es: $m_0 = 0$. No hay efecto contemporaneo de $X$ sobre $Y$. El multiplicador total es:

$$m_T = \frac{B(1)}{C(1)} = \frac{3}{0{,}5} = 6.$$

Esto es el impacto total de $X$ sobre $Y$ despues de que todos los efectos dinámicos se han realizado. Como el modelo es estable, este multiplicador se puede interpretar como el efecto de un cambio permanente de $X$ sobre el nivel de equilibrio de $Y$.

(c) Compute el retardo medio.

**Solución:** El retardo medio viene dado por:

$$\frac{B'(1)}{B(1)} - \frac{C'(1)}{C(1)} = \frac{4}{3} - \frac{-0{,}5}{0{,}5} \approx 2{,}3.$$

(d) Compute el retardo mediano y de una brevisima interpretación del mismo.

**Solución:** El retardo mediano es el menor número de retardos tal que al menos el 50 % de todo el efecto multiplicador total de $X$ sobre $Y$ se ha realizado. Formalmente, tenemos que encontrar el retardor mas pequeño $q^*$ tal que:

$$m_c(q^*) \equiv \frac{\sum_{i=0}^{q^*} m_i}{m_T} \geq 0{,}5$$

donde $m_i$ es el multiplicador del retardo $i$. Definamos $D(L) = B(L)/C(L)$, tal que $Y_t = D(L)X_t + \epsilon_t$. Entonces:

$$D(L) = (1 + 0{,}5L + 0{,}5^2L^2 + 0{,}5^3L^3 + ...)(2L + L^2) = 2L + 2L^2 + L^3 + 0{,}5L^4 + ...$$

Asi que: $m_1 = 2$, $m_2 = 2$, $m_3 = 1$, $m_4 = 0{,}5$. Consecuentemente, ya que $m_c(0) = 0$, $m_c(1) = 2/6 \approx 0{,}33$, $m_c(2) = 4/6 = 0{,}66$, y $m_c(3) = 5/6 \approx 0{,}83$, tenemos que: $q^* = 2$.

(e) Ahora se da cuenta que los errores $\epsilon_t$ estan correlacionados. Que consecuencias tiene esto sobre la estimadores MCO del modelo? Proponga una propuesta de solución a este problema.

**Solución:** (SKETCH) Al tener como regresor la variable dependiente retrasada, en esta nueva situación habrá correlación entre este regresor y los errores ya que ambos dependen de valores retrasados de $\{\epsilon_t\}$. Por lo tanto, MCO será inconsistente. Posibles soluciones serían: especificar un modelo dinámico completo; estimar por variables instrumentales; etc.

**Pregunta 3.** [30 puntos]

Sea $Y_t$ la producción en terminos reales de Soria, y sea $GY_t = log(Y_t) - log(Y_{t-1})$. Se ha estimado por MCO (errores standard entre parentesis) el siguiente modelo para la variable trimestral $GY_t$ desde 1967:1 a 2007:3

$$\begin{array}{ccccccccc} GY_t & = & 0,06 & + & 0,252 & GY_{t-1} & + & \hat{\epsilon}_t, & \hat{\sigma} = 0,009, \\ & & (0,009) & & (0,076) & & & & \end{array}$$

con los errores cumpliendo que $E(\epsilon_t|GY_{t-1}) = 0$. Para el tercer trimestre del año 2007 (2007:3) se observa que $Y_t$ es 9051 y $GY_t$ es 0,017.

- (a) Calcule la mejor predicción incondicional de $GY_t$. En este ejercicio "mejor" es siempre en error cuadrático medio.

  **Solución:** La mejor predicción incondicional es la esperanza incondicional. $E(GY_t) = \frac{0{,}06}{1-0{,}252} = 0,08\,\%$.

- (b) Calcule la mejor predicción puntual condicional de $GY_t$ para el ultimo cuatrimestre del 2007 (2007:4). Encuentre una predicción para ese mismo periodo de $Y_t$.

  **Solución:** La mejor predicción condicional es la esperanza condicional. $E(GY_{163}|GY_{162} = 0,017) = 0,06 + 0,252 \times (0,017) = 0,064284$. $log(Y_{163}) = GY_{163} + log(Y_{162}) = 0,064284 + 9,1106 = 9,17488$. Tomando antilogaritmos, obtenemos la siguiente predicción para $Y_{163}$, 9651,61.

- (c) Construya un intervalo asintótico de predicción al 95 % de $GY_t$ para el último cuatrimestre del 2007 (2007:4). (*El valor critico de la Normal a utilizar es* $1,96$). ¿Crees que Soria no va a crecer nada en dicho periodo?

  **Solución:** $\text{Var}(GY_{163} - E(GY_{163}|GY_{162} = 0,017)) = \text{Var}(\hat{\epsilon}_t) = (0{,}009)^2 = 0,00008167$. El intervalo de predicción es $0,064284 \pm 1,96 \times (0,009) = [0{,}046644, 0{,}081924]$. El valor cero NO está en el intervalo de predicción calculado.