Nombre y Apellidos:...

ID: ....

Grupo: ....

EXAMEN ECONOMETRIA II (31 de Enero 2007)

SOLUCIONES

Lea cuidadosamente cada pregunta. Responda muy claramente dentro del espacio asignado.
El valor de cada pregunta se indica entre corchetes.

Las notas finales (este examen + controles + posible proyecto) aparecerán en aula global el día lunes 5. La revisión se realizará el miercoles día 7 a las 19:00 en las aulas 15.0.05 y 15.0.06. Las soluciones de este examen se colgarán en la página web de los profesores. Cualquier cambio se anunciará con la antelación posible en la página web de los profesores.
Tiempo límite: 90 minutos.
Total de puntos: 80. **BUENA SUERTE**

Pregunta 1 [30 puntos]

Considere el siguiente modelo

$$Y_t = \epsilon_t + 0{,}3\epsilon_{t-1}, \tag{1}$$

donde $\{\epsilon_t\}$ es un proceso de ruido blanco con $E(\epsilon_t) = 0$ y $Var(\epsilon_t) = 2$.

- (a) Ecriba el modelo usando el operador de retardos. Es el modelo invertible?

  Solución: $Y_t = (1 + 0{,}3L)\epsilon_t$. El modelo es invertible ya que $|0{,}3| < 1$.

- (b) Escriba el modelo en forma autoregresiva.

  Solución: $Y_t = (0{,}3Y_{t-1} - 0{,}3^2Y_{t-2} + 0{,}3^3Y_{t-3} - \cdots) + \epsilon_t$

  $= (\sum_{i=1}^{\infty}(-1)^{i-1}0{,}3^iL^iY_t) + \epsilon_t$

- (c) Calcule $E(Y_t)$, $Var(Y_t)$, y el valor de $k \geq 1$ que maximiza $Corr(Y_t, Y_{t-k})$. Cual es el valor esta correlación?

  Solución: $E(Y_t) = 0$, $Var(Y_t) = 2,18$, y $Corr(Y_t, Y_{t-1}) = 0,275$. Entonces $k = 1$ porque $Corr(Y_t, Y_{t-k}) = 0$ para todo $k \geq 2$.

- (d) Calcule el valor de $E(\Delta Y_t)$ Cual es el valor de $Var(\Delta Y_t)$?

  Soluciónn: $\Delta Y_t = \epsilon_t - 0,7\epsilon_{t-1} - 0,3\epsilon_{t-2}$. Entonces $E(\Delta Y_t) = 0$ y $Var(\Delta Y_t) = (1 + 0,7^2 + 0,3^2)Var(\epsilon_t) = 3,16$

- (e) Suponga que $Y_t = (1-L)\log GDP_t$. De una breve (solo tres lineas)interpretación económica del modelo MA(1) anterior.

  Solución: $\log GDP_t - \log GDP_{t-1}$ es aproximadamente igual a $\frac{GDP_t - GDP_{t-1}}{GDP_{t-1}}$, es decir Y_t es aproximadamente igual al crecimiento/decrecimiento relativo del GDP de $t-1$ a t. Segun el modelo MA(1) buenos (malos) momentos vienen seguidos de buenos (malos) momentos pero hay muy poca persistencia o memoria en este efecto (solo un periodo). Esto es bastante irrealista desde un punto de vista económico, ya que los periodos de expansión (crisis) suelen estar correlacionados más de un periodo.

Pregunta 2 [30 puntos]

Considere el modelo

$$Y_t = 0{,}2Y_{t-2} + 4X_t + 2X_{t-1} + X_{t-2} + \epsilon_t, \tag{2}$$

donde $\{\epsilon_t\}$ es un proceso ruido blanco.

- (a) Escriba el modelo usando el operador de retardos. Clasifíquelo. Es el modelo estable?

  Solución: $(1 - 0{,}2L^2)Y_t = (4 + 2L + L^2)X_t + \epsilon_t \Rightarrow C(L)Y_t = B(L)X_t + \epsilon_t$. Por lo tanto $Y_t \sim ARDL(2, 2)$. El modelos es estable ya que ambas raices de la ecuación caracteristica del polinomio C(L) ($0{,}2z^2 - 1 = 0$) están fuera del circulo unidad ($| \pm \sqrt{5}| > 1$).

- (b) Compute tanto el multiplicador impacto como los multiplicadores de los retardos 1, 2, y 3.

  Solución: Definamos $D(L) = B(L)/C(L)$, tal que $Y_t = D(L)X_t + \epsilon_t$. Entonces:

$$D(L) = (1 + 0{,}2L^2 + 0{,}2^2L^4 + 0{,}2^3L^6 + ...)(4 + 2L + L^2) =$$

$$4 + 2L + (0{,}8 + 1)L^2 + 0{,}4L^3 + (0{,}16 + 0{,}2)L^4 + ...$$

  Consecuentemente, los multiplicadores requeridos son: $m_0 = 4$, $m_1 = 2$, $m_2 = 1{,}8$, $m_3 = 0{,}4$.

  (c) Compute el multiplicador total y de una muy breve interpretación económica del mismo.

  Solución: El multiplicador total o de largo plazo viene dado por:

$$m_T = \frac{B(1)}{C(1)} = \frac{7}{0{,}8} = 8{,}75.$$

  Este es el impacto total de X sobre Y despues de que todos los efectos dinamicos se han realizado. Como el modelo es estable, eset impacto total se puede ver como el efecto de un cambio de $\bar{x}$ a $\bar{x} + 1$ en el nivel de equilibrio de Y, $\bar{y}$.

- (d) Después de cuántos retardos se ha incorporado o realizado el 80 % del multiplicador total?

  Solución: Necesitamos encontrar el menor retardo q^* tal que:

  $$m_c(q^*) \equiv \frac{\sum_{i=0}^{q^*} m_i}{m_T} \geq 0{,}8.$$

  Ya que $m_c(0) = 4/8{,}75 \approx 0{,}46$, $m_c(1) = 6/8{,}75 \approx 0{,}69$, y $m_c(2) = 7{,}8/8{,}75 \approx 0{,}89$, tenemos que: $q^* = 2$.

- (c) Si los errores ϵ_t en vez de ser ruido blanco fueran un $AR(1)$, que consecuencias tendria esta correlación en las propiedades de los estimadores MCO del modelo? Proponga una solución.

  Solución: Varible dependiente retardada + correlación serial en los errores producen inconsistencia en los estimadores MCO. Una posible solución al problema, es la introducción de retardos de las variables dependiente e independiente hasta que el nuevo error sea ruido blanco.

Pregunta 3. [20 puntos]

Se ha estimado por MCO (errores standard entre parentesis) el siguiente modelo para la variable r_{1t} = *tipos de interes a un mes*

$$\begin{array}{ccccccccc} r_{1t} & = & \underset{(0,152)}{0,350} & + & \underset{(0,020)}{0,951} & r_{1,t-1} & + & \hat{\epsilon}_t, & \hat{\sigma}=0,820, \end{array}$$

donde $E(\epsilon_t|I_{1,t-1}) = 0$, con I_{t-1}= todas las variables que se observan hasta $t-1$.

- (a) Calcule la mejor predicción incondicional de r_{1t}. En este ejercicio 'mejor' es siempre en error cuadrático medio.

  Solución: La mejor predicción incondicional es la esperanza incondicional. $E(r_{1t}) = \frac{0{,}35}{1-0{,}951} = 7,14\,\%$.

- (b) Suponga que tenemos las observaciones $r_{100} = 10$ y $r_{99} = 9$. Calcule la mejor predicción condicional de r_{101}, r_{102}, y r_{∞} (r en el largo plazo).

  Solución: La mejor predicción condicional es la esperanza condicional. $E(r_{101}|r_{100} = 10) = 0,35 + 0,951 r_{100} = 9,86$.
  $E(r_{102}|r_{100} = 10) = 0,35 + 0,951 E(r_{101}|r_{100} = 10) = 9,73$.
  $E(r_{\infty}|r_{100} = 10) = 0,35 + 0,951 E(r_{\infty}|r_{100} = 10)$ y despejando obtenemos $E(r_{\infty}|r_{100} = 10) = 7,14$.

- (c) Construya intervalos asintóticos de predicción al 95 % para r_{101}, y r_{102}. El valor crítico de la Normal a utilizar es 1,96.

  Solución: $\mathrm{Var}(r_{101} - E(r_{101}|r_{100} = 10)) = \mathrm{Var}(\hat{\epsilon}_t) = (0,82)^2 = 0,67$. El intervalo de predicción es $9,86 \pm 1,96(0,82) = [8,25 \quad 11,47]$

  $\mathrm{Var}(r_{102} - E(r_{102}|r_{100} = 10)) = \mathrm{Var}(\hat{\epsilon}_t)(1 + 0,951^2) = (0,82)^2(1,904) = 1,28$. El intervalo de predicción es $9,73 \pm 1,96(1,28)^{1/2} = [7,51 \quad 11,95]$

ESPERO QUE HAYAIS APRENDIDO ALGO EN ESTE CURSO, y ANIMO QUE YA OS QUEDA POCO PARA TERMINAR.