

Teoría de la empresa

El problema de la Empresa:
Costes y Beneficios

Problema de la Empresa: Descripción

- Consideramos una empresa que produce un único bien Q utilizando dos factores: L (trabajo) y K (capital).
- La tecnología de la empresa está descrita por una función de producción, $F(L,K)$, que proporciona el máximo nivel de producto que puede obtenerse con cada combinación de factores, (L,K) .
- Denotamos por p el precio de mercado del producto Q , w el precio del factor trabajo L y r el precio del factor capital, K .
- La empresa es competitiva en el mercado de factores; es decir, toma (w,r) como dados.

Problema de la Empresa: Descripción

- Puesto que el objetivo de la empresa es maximizar beneficios (ingresos menos costes), podemos escribir el problema de la empresa como:

$$\text{Max } pQ - wL - rK$$

$$\text{s.a. } Q \leq F(L, K)$$

$$Q \geq 0, L \geq 0, K \geq 0$$

- Variables de decisión son: Q, L, K, p?

Problema de la Empresa: Descripción

- Para saber si p es una variable de decisión, si está relacionada con Q , ... necesitamos información acerca del mercado del producto:
 - ¿Es competitivo? Si lo es, p viene dado (es un “dato” para la empresa).
 - ¿Tiene la empresa poder de mercado? Si lo tiene, p no es independiente de Q .

Minimización de Costes

- Por el momento postponemos el problema de maximización de beneficios y nos planteamos el problema “interno” de la empresa tomando el nivel de producción como un dato: Q_0 .
- Dado Q_0 , el objetivo de maximizar beneficios implica, como un objetivo intermedio, la minimización del coste de producir Q_0 .

Minimización de costes

$$\text{Max}_{\{L,K\}} pQ_0 - wL - rK, \text{ siendo } pQ_0 \text{ una cte}$$



$$\text{Max}_{\{L,K\}} -(wL + rK)$$



$$\text{Min}_{\{L,K\}} wL + rK$$

Minimización de costes

- Dado Q_0 , maximizar beneficios requiere minimizar costes; es decir, el problema de la empresa es:

$$\text{Min}_{\{L,K\}} wL + rK$$

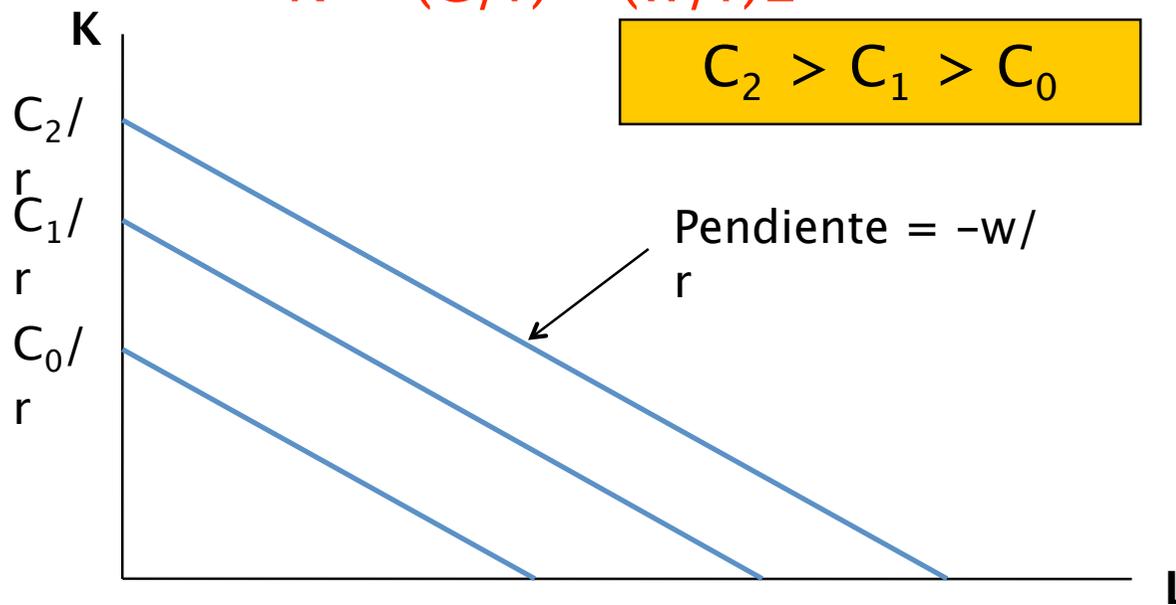
$$s.a. \quad Q \geq F(L,K)$$

$$L \geq 0, K \geq 0$$

Minimización de costes

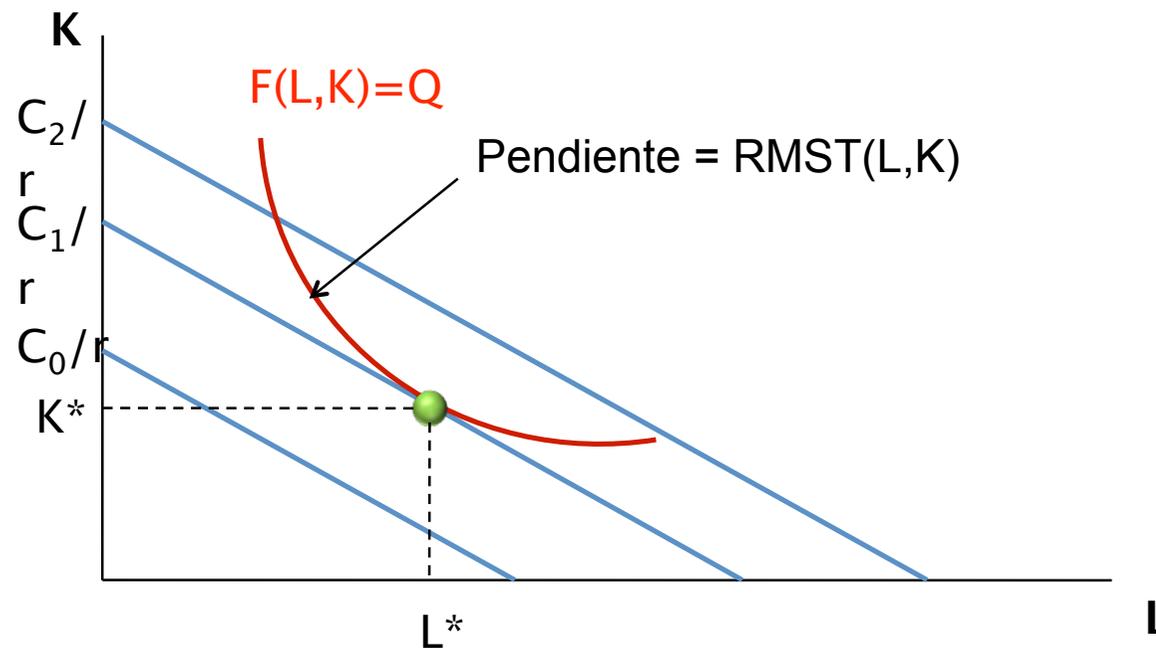
- Si C es un nivel de coste cualquiera, la recta isocoste $C = wL + rK$ contiene todas las combinaciones de factores (L, K) que cuestan C euros. La ecuación de esta recta es:

$$K = (C/r) - (w/r)L$$



Minimización de costes

- Gráficamente, la solución al problema de minimización de costes es:



Minimización de costes

- La solución al problema de minimización de costes es la **demanda condicionada de factores**:

$$L^* = L(Q,w,r); \quad K^* = K(Q,w,r)$$

- La función de **Costes Totales** nos indica el coste mínimo de producir Q a los precios (w,r):

$$C(Q,w,r) = wL^* + rK^* = wL(Q,w,r) + rK(Q,w,r)$$

- Las funciones de **Coste Total Medio** y **Coste Marginal** son:

$$CTMe = C(Q,w,r)/Q$$

$$CMa = dC(Q,w,r)/dQ$$

Minimización de Costes: Corto Plazo

- A corto plazo algunos de los factores son fijos. Supongamos en nuestro contexto que $K=K_0$. Entonces, el problema de minimización de costes queda:

$$\text{Min}_{\{L\}} wL + rK_0$$

$$s.a. \quad Q \leq F(L, K_0)$$

$$L \geq 0$$

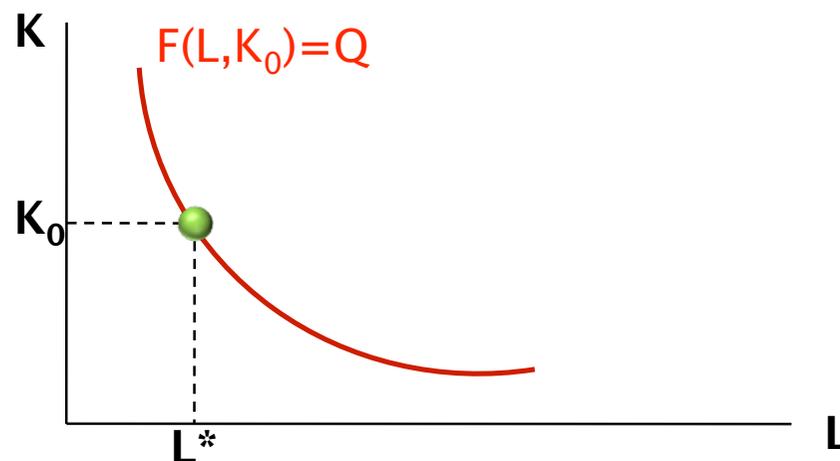
donde rK_0 es una constante a la que nos referiremos como Coste Fijo (CF).

Minimización de Costes: Corto Plazo

- Con sólo dos inputs, el problema de minimización de costes a corto plazo es trivial:

$$F(L, K_0) = Q \rightarrow L^* = L(Q)$$

- En este caso, L^* es independiente de (w, r) , porque dado K_0 la isocuanta determina la demanda condicionada de trabajo.



Minimización de Costes: Corto Plazo

- Pero en general, con más de dos inputs, el problema de minimización de costes a corto plazo también tiene sentido.
- Supongamos $L = (L_1, L_2)$; $K_0 = (K_{01}, K_{02})$, donde $K_0 = (K_{01}, K_{02})$ es un vector de constantes.
- El problema en este caso será:

$$\text{Min}_{\{L_1, L_2\}} w_1 L_1 + w_2 L_2 + r_1 K_{01} + r_2 K_{02}$$

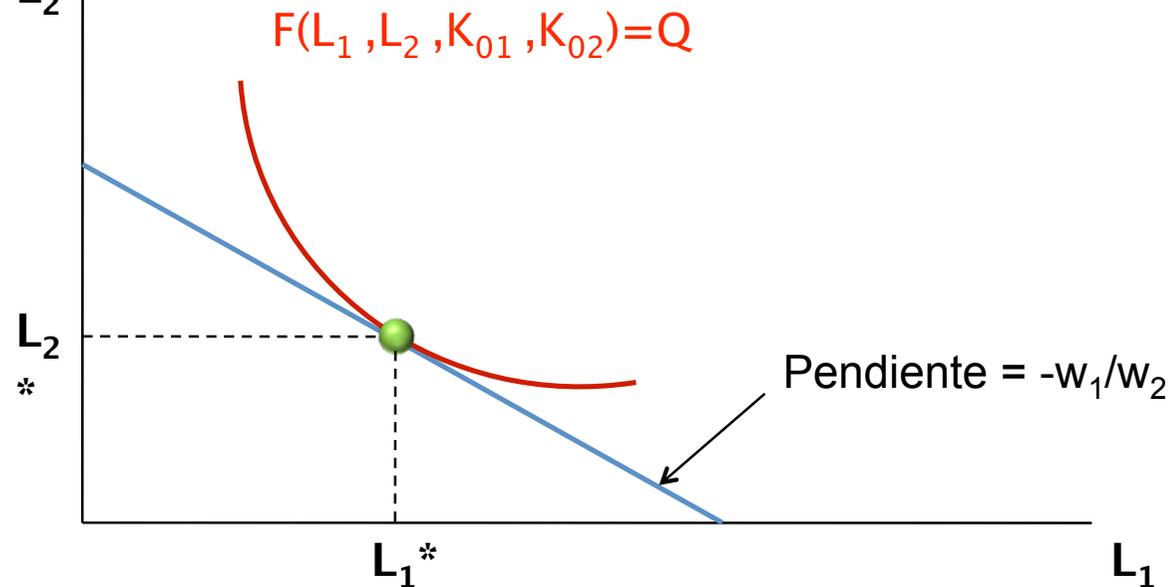
$$s.a. \quad Q \leq F(L_1, L_2, K_{01}, K_{02})$$

$$L_1 \geq 0, L_2 \geq 0$$

Minimización de Costes: Corto Plazo

- La solución es la demanda condicionada de factores a corto plazo:

$$L_1^* = L_1(Q, w_1, w_2, r_1, r_2); \quad L_2^* = L_2(Q, w_1, w_2, r_1, r_2)$$



Minimización de Costes: Corto Plazo

- Volvamos al caso de dos inputs, con sólo uno de ellos variable en el CP.

- La función de **Costes Totales** a corto plazo es:

$$CT_{CP}(Q,w,r) = wL(Q) + rK_0 ,$$

donde $wL(Q)$ es el coste variable a corto plazo y (CV_{CP}), y rK_0 el coste fijo a CP (CF_{CP}).

- **Coste Total Medio a CP:**

$$CTMe_{CP} = CT_{CP}(Q,w,r)/Q = CVMe_{CP} + CFMe_{CP} ,$$

donde $wL(Q)/Q$ es el coste variable medio a corto plazo, y rK_0 /Q el coste fijo medio a corto plazo.

Minimización de Costes: Corto Plazo

- Coste Marginal a CP:

$$C\text{Ma}_{\text{CP}} = dCT_{\text{CP}}(Q)/dQ = dCV_{\text{CP}}(Q)/dQ$$

- Nota: el CT_{CP} difiere del CT a largo plazo, lo cual implica que el CTMe también difiere. Tampoco el $C\text{Ma}_{\text{CP}}$ coincide con el CMa a largo plazo.

Ejemplos: Costes y Rendimientos a Escala

- Supongamos estas tres funciones de producción:

$$(a) F(L, K) = LK \text{ ® rtos. crecientes}$$

$$(b) F(L, K) = \sqrt{LK} \text{ ® rtos. constantes}$$

$$(c) F(L, K) = \sqrt[3]{LK} \text{ ® rtos. decrecientes}$$

- Para todas ellas, el problema de minimización de costes es:

$$\text{Min}_{\{L, K\}} wL + rK$$

$$s.a. \quad Q \leq F(L, K)$$

$$L \geq 0, K \geq 0$$

Ejemplos: Costes y Rendimientos a Escala

- Como en los tres casos tenemos solución interior, resolver el problema de la empresa equivale a resolver este sistema:

$$(1) \quad |RMST(L, K)| = w/r$$

$$(2) \quad F(L, K) = Q$$

- Para las tres funciones, la RMST es la misma. Por tanto, la condición (1) coincide para todas ellas:

$$K/L = w/r \rightarrow K = (w/r)L$$

Ejemplos: Costes y Rendimientos a Escala

- Calculemos la solución para la función (a). Llevamos $K = (w/r)L$ a la función de producción:

$$Q = KL = (w/r)L \cdot L = (w/r)L^2$$

- Demandas condicionadas de factores:

$$L^* = \sqrt{\frac{r}{w}Q}; \quad K^* = \sqrt{\frac{w}{r}Q}$$

- Costes:

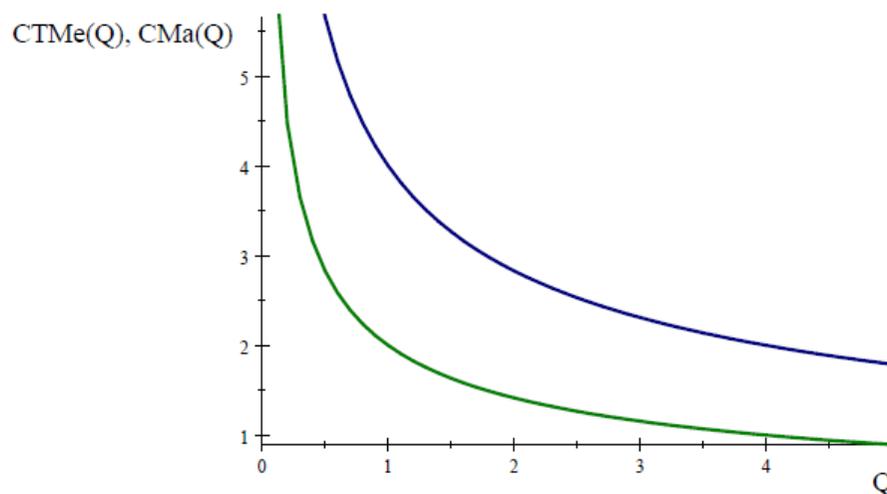
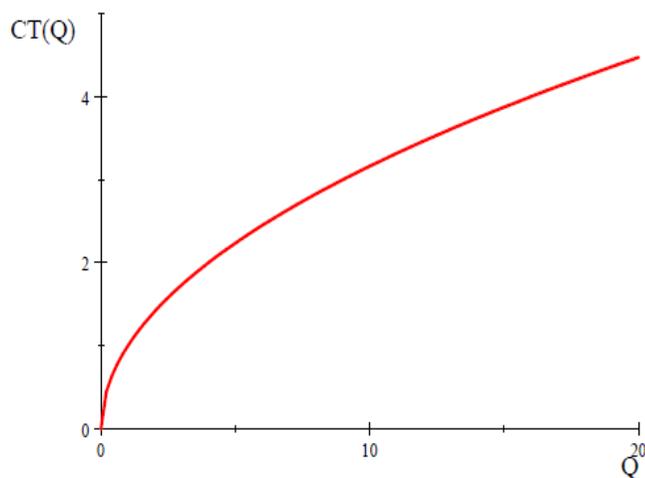
$$CT(Q) = wL^* + rK^* = 2\sqrt{wr}\sqrt{Q}$$

$$CTMe(Q) = 2\sqrt{wr}\frac{1}{\sqrt{Q}}; \quad CMa(Q) = \sqrt{wr}\frac{1}{\sqrt{Q}}$$

Ejemplos: Costes y Rendimientos a Escala

- Para $w=1$, $r=4$ tenemos

$$CT(Q) = 4\sqrt{Q}; \quad CTMe(Q) = 4/\sqrt{Q}; \quad CMa(Q) = 2/\sqrt{Q}$$



Ejemplos: Costes y Rendimientos a Escala

- Calculemos la solución para la función (b). Llevamos $K = (w/r)L$ a la función de producción:

$$Q = \sqrt{LK} = \sqrt{(w/r)L^2}$$

- Demandas condicionadas de factores:

$$L^* = Q\sqrt{\frac{r}{w}}; K^* = Q\sqrt{\frac{w}{r}}$$

- Costes:

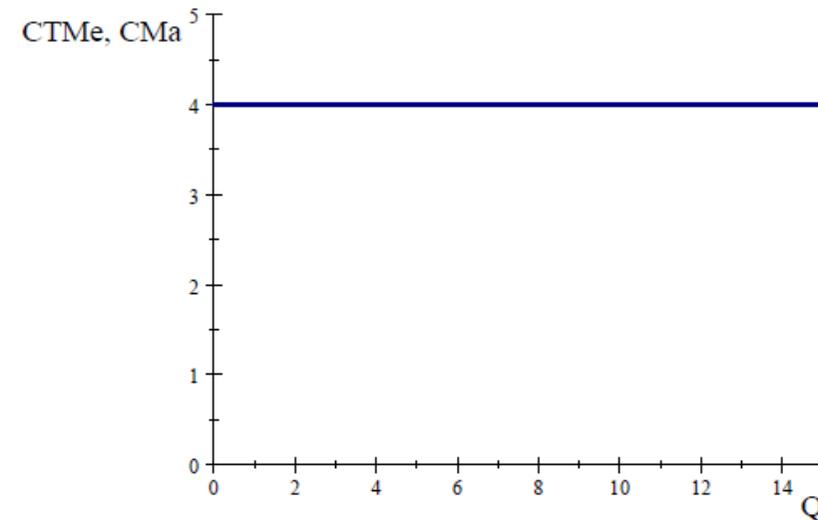
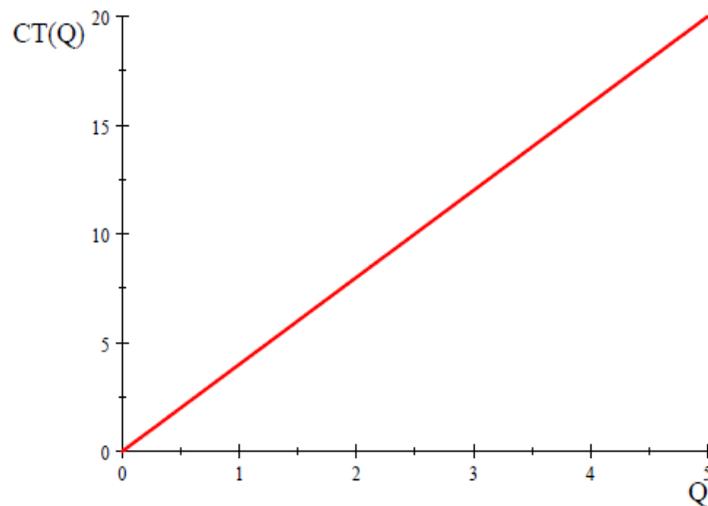
$$CT(Q) = wL^* + rK^* = Q2\sqrt{wr}$$

$$CTMe(Q) = 2\sqrt{wr}; CMa(Q) = 2\sqrt{wr}$$

Ejemplos: Costes y Rendimientos a Escala

- Para $w=1$, $r=4$ tenemos

$$CT(Q) = 4Q; CTMe(Q) = 4; CMa(Q) = 4$$



Ejemplos: Costes y Rendimientos a Escala

- Calculemos la solución para la función (c).
Llevamos $K = (w/r)L$ a la función de producción:

$$Q = \sqrt[3]{LK} = \sqrt[3]{(w/r)L^2}$$

- Demandas condicionadas de factores:

$$L^* = Q^{3/2} \sqrt{\frac{r}{w}}; \quad K^* = Q^{3/2} \sqrt{\frac{w}{r}}$$

- Costes:

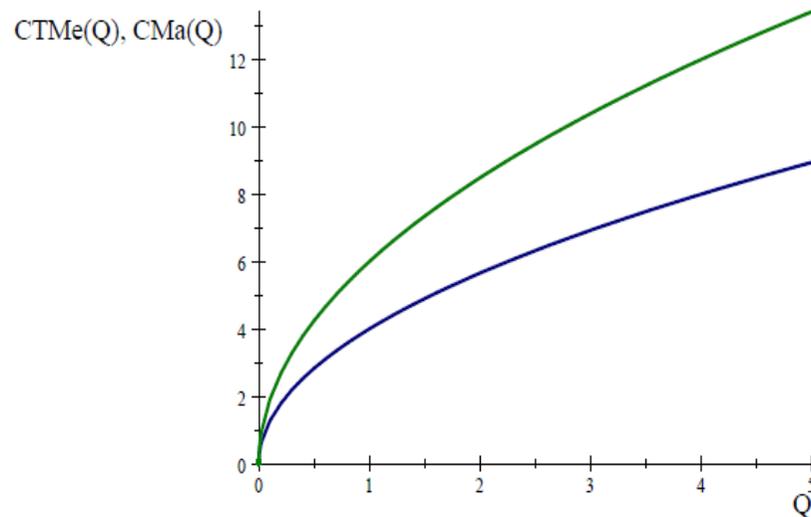
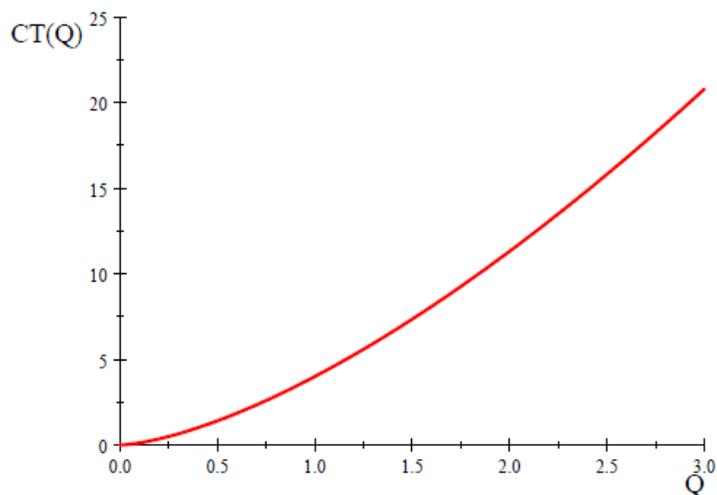
$$CT(Q) = wL^* + rK^* = Q^{3/2} 2\sqrt{wr}$$

$$CTMe(Q) = Q^{1/2} 2\sqrt{wr}; \quad CMa(Q) = Q^{1/2} 3\sqrt{wr}$$

Ejemplos: Costes y Rendimientos a Escala

- Para $w=1$, $r=4$ tenemos

$$CT(Q) = 4Q^{3/2}; CTMe(Q) = 4Q^{1/2}; CMa(Q) = 6Q^{1/2}$$



Replanteamiento del Problema de la Empresa

El problema de la empresa, en el corto o largo plazo, puede plantearse como

$$\begin{aligned} \max \pi(Q) &= IT(Q) - CT(Q) \\ \text{s.a. } Q &\geq 0 \end{aligned}$$

Calculamos la solución con la CPO, y comprobamos la CSO y la Condición de Cierre:

$$CPO: \quad IMa(Q) = CMa(Q) \Rightarrow Q^*$$

$$CSO: \quad \pi''(Q) = IMa'(Q) - CMa'(Q) \leq 0$$

$$CC: \quad \pi(Q^*) \geq \pi(0)$$

Replanteamiento del Problema de la Empresa

Las condiciones CPO, CSO y CC permiten resolver el problema de la empresa tanto si es competitiva como si no lo es (por ejemplo, si es un monopolio).

En el caso de la empresa competitiva el ingreso marginal es una constante (el precio de mercado), mientras que en el caso del monopolio el ingreso marginal dependerá del nivel de producción Q .