Universidad Carlos III de Madrid

Departamento de Economía   Examen final de Matemáticas I   1 de septiembre de 2003

APELLIDOS:		**NOMBRE:**
DNI:	**Titulación:**	**Grupo:**

MODELO 1:

1. **Dada la siguiente inecuación** $|x+1|+|x-1| \leq 4.$ **Se pide:**

a) Determina el conjunto solución. Representar el conjunto A.

b) Dibuja el conjunto de $\mathbb{R}^2$siguiente: $A = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : |x+1|+|x-1| \leq 4, |y| \leq 9-x^2\}$.

c) Dado el orden de Pareto definido por $(x_0,y_0) \leq_P (x_1,y_1) \Leftrightarrow x_0 \leq x_1,\ y_0 \leq y_1$, halla el conjunto de puntos maximales y minimales, máximo y mínimo de A.

1'5 puntos

2. a) Enunciar el teorema de los extremos de Weierstrass.

b) Comprobar cuáles de las siguientes funciones satisfacen las hipótesis del Teorema de Weierstrass y cuáles no, en los intervalos indicados:

$f(x) = tg(x)$ en $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$; $g(x) = \ln(x-1)$ en $[1,2]$ $h(x) = e^x + x^2$ en $[0,2]$

c) ¿Alguna de las funciones anteriores no satisface las hipótesis del teorema de Weierstrass pero, sin embargo, sí posee algún extremo en el intervalo correspondiente? Indica en cada caso de qué extremo se trata.

1,5 puntos

3. **Dada la función definida por** $f(x) = \begin{cases} \ln(x^2 + 1) + a & si\ x < 0 \\ 2e^{bx} + x & si\ 0 \leq x \end{cases}$

a) Hallar a y b para que $f(x)$ sea continua y derivable en $x = 0$.

b) Representar la función f con los valores de a y b hallados en el apartado anterior.

1 punto

4. **Sea** $y = f(x)$ **la función definida de forma implícita mediante la ecuación** $sen(x^2 + y) = y^2(3x + 1)$**, en un entorno del punto** $(\sqrt{\pi}, 0)$**.**

a) Calcular $f'(x)$.

b) Hallar la ecuación de la recta perpendicular a la gráfica de f en el punto $(\sqrt{\pi}, 0)$.

1 punto

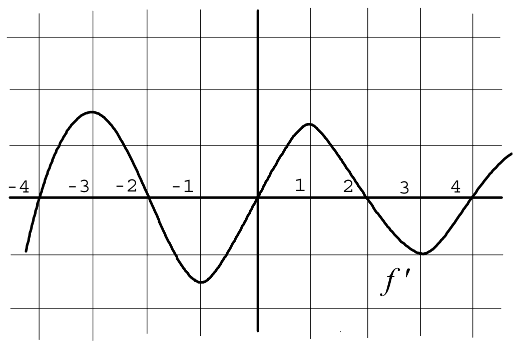
5. **La siguiente figura muestra la gráfica de la derivada de** f.

a) Hallar los intervalos de crecimiento, decrecimiento y los extremos locales de f.

b) Determinar los intervalos de concavidad, convexidad y los puntos de inflexión de f.

c) Considérese f definida en $[-4,-1]$. Sabiendo que $f(-4) < f(-1)$, calcular los extremos globales de f en dicho intervalo.

1,5 puntos



6. **Sean** $C(x) = C_0 + x + 0,01x^2$ **y** $p(x) = a - \frac{x}{50}$ **las funciones de coste y demanda, respectivamente, de una empresa monopolista. Se pide:**

a) Hallar a y C_0 para que la producción $x = 100$ minimice el coste medio.

b) Hallar a y C_0 para que la producción $x = 100$ maximice el beneficio.

1 punto

7. a) Hallar $\int \frac{\ln x}{x}\, dx$

b) Dada $F(x) = \int_1^x \frac{\ln t}{t}\, dt,$ calcular el polinomio de Taylor de segundo orden de F centrado en $a = 1.$

c) Utilizando el polinomio anterior, calcular aproximadamente $F(1.2)$ y $F(0.9)$.

1'5 puntos

8.a) Dibuja el recinto encerrado entre las gráficas de las funciones $f(x) = 2$, $g(x) = x^3 - 3x + 2$.

b) Calcula el área de dicho recinto.

1 punto