

Universidad Carlos III de Madrid

Departamento de Economía Exámen final de Matemáticas I. Septiembre de 2001 Modelo 1

Apellidos:

Nombre:

DNI:

Titulación:

Grupo:

1. Dadas las funciones $f(x) = \frac{k}{x}$, $g(x) = \frac{-x+1}{2x+1}$ y la función h de la que conocemos $h(1) = 3$ y $h'(1) = 2$
- a) Obtén el valor de $(h \circ g)'(0)$, indicando todos los pasos que realices.
 - b) Calcular $(f \circ h)'(1)$, indicando todos los pasos que realices.
 - c) Determina el valor de k para que se satisfaga que $(f \circ h \circ g)'(0) = 2$.

1,5 puntos

2. a) Halla la primitiva $\int \frac{x}{e^x} dx$

b) Calcula $\int_0^{\infty} \frac{x}{e^x} dx$

1 punto

-
3. Sea la función $f(x) = \sqrt[3]{x}$,
- a) Enuncia el Teorema del Valor Medio.
 - b) Justifica, utilizando el teorema anterior, si existe un valor x^* , en el intervalo $(-1,1)$ tal que su derivada, $f'(x^*)$, sea igual a 1.
 - c) Lo mismo si el valor x^* está en el intervalo $(0,1)$.

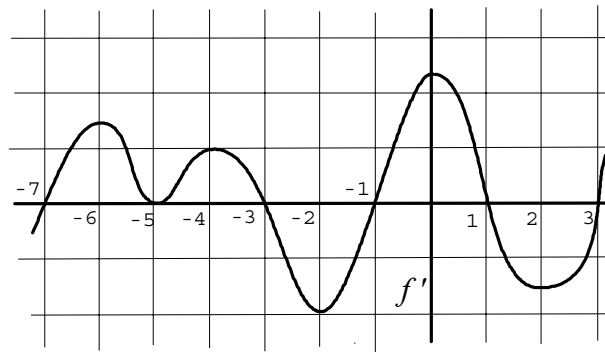
1,5 puntos

4. Estudia la continuidad y la derivabilidad de la siguiente función $f(x)$ en todo su dominio.

$$f(x) = \begin{cases} (x+1)^{-1} + \operatorname{sen} x & \text{si } x \leq 0 \\ e^{2x} - 2x & \text{si } x > 0 \end{cases}$$

1 punto

-
5. La siguiente figura muestra la gráfica de la derivada de f .
- Determinar los intervalos de concavidad, convexidad y puntos de inflexión de f .
 - Determinar los intervalos de crecimiento, decrecimiento y extremos de f .
 - Considera f definida en $[-7, -4]$. Hallar los extremos globales en dicho intervalo.
- 1,5 puntos**



6. Estudiar las asíntotas de la función $f(x) = \frac{x^2 + kx + 1}{kx - 1}$ en función del parámetro k .

1 punto

7. Dadas las funciones $f(x) = e^{\frac{x}{2}}$, $g(x) = e^{-\frac{x}{2}}$.

a) Dibuja las gráficas de ambas funciones.

b) Calcula el area comprendida entre dichas gráficas y las rectas $x = -2$, $x = 2$

1 punto

8. Dada la relación de orden en el plano \mathbb{R}^2 , definida por $(a,b) \leq (c,d) \Leftrightarrow a \leq c$ y $b \leq d$, y el conjunto $A = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq x \leq e, 0 \leq y \leq \ln x\}$, se pide:

a) Dibuja el conjunto A .

b) Determina, en su caso, cotas inferiores y superiores, máximo y mínimo, ínfimo y supremo, minimales y maximales.

c) ¿La relación de orden es total en \mathbb{R}^2 ? ¿Está el conjunto A totalmente ordenado?

1,5 puntos
