

**HOJA 1: El Espacio Euclidiano  $\mathbb{R}^n$ .**

- (1) Dibuja cada uno de los subconjuntos de  $\mathbb{R}^2$  siguientes. Dibuja su frontera y su interior. Estudia si son abiertos, cerrados, acotados o convexos.
- (a)  $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 < \|(x, y) - (1, 3)\| < 2\}$ .
  - (b)  $B = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : y \leq x^3\}$ .
  - (c)  $C = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : |x| < 1, |y| \leq 2\}$ .
  - (d)  $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : |x| + |y| < 1\}$ .
  - (e)  $E = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : y < x^2, y < 1/x, x > 0\}$ .
  - (f)  $F = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : xy \leq y + 1\}$ .
  - (g)  $G = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : (x - 1)^2 + y^2 \leq 1, x \leq 1\}$ .
- (2) Sea  $A$  un subconjunto de  $\mathbb{R}^2$ . Discute la veracidad o falsedad de las siguientes afirmaciones.
- (a)  $\text{Int}(A) = A - \text{Fr}(A)$ .
  - (b)  $\text{Fr}(A) = \text{Fr}(\mathbb{R}^2 - A) = \text{Fr}(A^C)$ .
  - (c)  $\text{Fr}(A)$  está acotada.
  - (d)  $A$  es cerrado  $\iff A^C$  es abierto.
  - (e)  $A$  es acotado  $\iff A^C$  no es acotado.
  - (f)  $A$  es cerrado  $\iff \text{Fr}(A) \subset A$ .
  - (g)  $A$  es abierto  $\iff \text{Fr}(A) \cap A = \emptyset$ .